

الأستاذ

حيدر وليد

الفصل الاول





العمليات على الاعداد

1 ضع بالصورة العادية للمركب $(1+3i)^2+(3-2i)^2$

1998 دور (1)

Sol:

$$(1+3i)^2+(3-2i)^2=$$
$$(1+6i-9)+(9-12i-4)$$
$$=(-8+6i)+(5-12i)$$
$$=(-8+5)+(6i-12i)$$
$$=-3-6i$$

2 جد بالصيغة العادية للمركب $\left(\frac{3-i}{1+i}\right)^2$

1999 دور (1)

Sol:

$$\left(\frac{3-i}{1+i}\right)^2=\left(\frac{3-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}\right)^2$$
$$=\left(\frac{3-3i-i-1}{(1)^2+(1)^2}\right)^2$$
$$=\left(\frac{2-4i}{2}\right)^2=(1-2i)^2$$
$$=1-4i-4=-3-4i$$

3 اذا كان $x=2+3i$, $y=3-i$ جد قيمة x^2+2y^2

2000 دور (1)

Sol:

$$x^2+2y^2=(2+3i)^2+2(3-i)^2$$
$$=(4+12i-9)+2(9-6i-1)$$
$$=(4+12i-9)+(18-12i-2)$$
$$=-5+12i+16-12i$$
$$=11+0i$$

4 ضع ما يأتي بالصيغة العادية ثم جد نظيره الضربي للمركب $(3+2i)\ (-2+i)$

2002 دور (1)

Sol:

$$(3+2i)(-2+i)=-6+3i-4i-2$$
$$=-8-i$$
$$\frac{1}{c}=\frac{1}{-8-i}\cdot\frac{-8+i}{-8+i}=\frac{-8+i}{(-8)^2+(-1)^2}$$
$$=\frac{-8+i}{65}=\frac{-8}{65}+\frac{1}{65}i$$

5 جد النظير الضربي للعدد المركب $(3+5i)$ ثم ضعه بالصيغة العادية

2003 دور (1)

Sol:

$$\frac{1}{c}=\frac{1}{3+5i}\cdot\frac{3-5i}{3-5i}$$
$$=\frac{3-5i}{(3)^2+(5)^2}=\frac{3-5i}{34}=\frac{3}{34}-\frac{5}{34}i$$

6 اذا كان $x=3+2i$, $y=1-i$ اثبت $\overline{x+y}=\overline{x}+\overline{y}$

2006 تمهيدي

Sol:

$$\overline{x+y}=\overline{(3+2i)+(1-i)}$$
$$=\overline{4+i}=4-i$$
$$\overline{x}+\overline{y}=\overline{(3+2i)}+\overline{(1-i)}$$
$$=3-2i+1+i$$
$$=4-i$$
$$\therefore\ \overline{x+y}=\overline{x}+\overline{y}$$

2018 تمهيدي/احيائي

7 جد بالصيغة العادية للمركب $(1-\sqrt{3}\,i)^2-(2-\sqrt{3}\,i)^2$

2004 دور (1)

Sol:

$(1-\sqrt{3}i)^2-(2-\sqrt{3}i)^2=$

$(1-2\sqrt{3}i-3)-(4-4\sqrt{3}i-3)$

$=(-2-2\sqrt{3}i)-(1-4\sqrt{3}i)$

$=(-2-2\sqrt{3}i)+(-1+4\sqrt{3}i)$

$=(-2+(-1))+(-2\sqrt{3}i+4\sqrt{3}i)$

$=-3-2\sqrt{3}i$

8 جد ناتج مايأتي بالصيغة الديكارتية $(3+4i)^2+(5-3i)(1+i)$

2005 دور (1)

Sol:

$(3+4i)^2+(5-3i)(1+i)=$

$(9+24i-16)+(5+5i-3i+3)$

$=(-7+24i)+(8+2i)$

$=(-7+8)+(24i+2i)$

$=1+26i \Rightarrow (1,26)$

9 اذا كانت $x=-1+2i$ جد قيمة x^2+3x+5 بالصيغة الديكارتية

2005 دور (2)

Sol:

$x^2+3x+5=$

$(-1+2i)^2+3(-1+2i)+5$

$=(1-4i-4)+(-3+6i)+5$

$=-3-4i-3+6i+5$

$=-1+2i\Rightarrow(-1,2)$ صيغة ارجاند المطلوبة

10 اذا كان $x=2i-1$ جد قيمة x^2+2x+6

2007 خارج القطر

Sol:

$x^2+2x+6=$

$(-1+2i)^2+2(-1+2i)+6$

$(1-4i-4)-2+4i+6$

$-3-4i+4+4i=1+0i$

11 اذا كان $a+bi=\frac{2+i}{1-i}$ اثبت $2(a^3+b^3)=7$

2010 تمهيدي

Sol:

$a+bi=\frac{2+i}{1-i}=\frac{2+i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$

$=\frac{2+2i+i-1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$

$a=\frac{1}{2}, b=\frac{3}{2}$

$2(a^3+b^3)=2((\frac{1}{2})^3+(\frac{3}{2})^3)$

$=2(\frac{1}{8}+\frac{27}{8})=2(\frac{28}{8})\ =7$

12 ضع بالصورة العادية للمركب $(1+i)^5-(1-i)^5$

2012 دور (2)

Sol:

$(1+i)^5=(1+i)^4(1+i)$

$=\left[(1+i)^2\right]^2(1+i)$

$=(1+2i-1)^2(1+i)$

$=(2i)^2(1+i)=-4(1+i)$

$=-4-4i$

$(1-i)^5=(1-i)^4(1-i)$

$=\left[(1-i)^2\right]^2(1-i)$

$=(1-2i-1)^2(1-i)$

$=(-2i)^2(1-i)$

$=-4(1-i)=-4+4i$

$(1+i)^5-(1-i)^5=$

$-4-4i-(-4+4i)=$

$-4-4i+4-4i=0-8i$

13 اثبت ان $\frac{(1-i)^2}{1+i}+\frac{(1+i)^2}{1-i}=-2$

2012 دور (3)

Sol:

$$\frac{(1-i)^2}{1+i}=\frac{1-2i-1}{1+i}=\frac{-2i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{-2i-2}{1+1}=\frac{-2-2i}{2}=-1-i$$

$$\frac{(1+i)^2}{1-i}=\frac{1+2i-1}{1-i}=\frac{2i}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$

$$=\frac{2i-2}{1+1}=\frac{-2+2i}{2}$$

$$=-1+i$$

2020 تمهيدي تطبيقي

$$\frac{(1-i)^2}{1+i}+\frac{(1+i)^2}{1-i}=-1-i+(-1+i)$$

$$=-1-i-1+i$$

$$=-2$$

14 جد قيمة $(1-i)\,(1-i^2)\,(1-i^3)$

2013 دور (1)

Sol: $(1-i)(1-i^2)(1-i^3)=$

$(1-i)(1+1)(1+i)=$

$(1-i)(2)\;(1+i)=\;(1-i)(2+2i)$

$=2+2i-2i+2$

$=4$

15 ضع المقدار $\frac{(1-i)^{13}}{64}$ بالصيغة العادية

2013 خارج القطر

Sol: $$\frac{(1-i)^{13}}{64}=\frac{\left[(1-i)^2\right]^6(1-i)}{64}$$

$$=\frac{(1-2i-1)^6(1-i)}{64}$$

$$=\frac{(-2i)^6.\;(1-i)}{64}$$

$$=\frac{64\;i^6\;(1-i)}{64}$$

$$=-1(1-i)=-1+i$$

16 اذا كان $c_1=7-4i\;,\;c_2=2-3i$

فتحقق من : $\overline{\left(\frac{c_1}{c_2}\right)}=\frac{\overline{c_1}}{\overline{c_2}}$

2014 تمهيدي

Sol:

$$\text{LHS}:\overline{\left(\frac{c_1}{c_2}\right)}=\overline{\left(\frac{7-4i}{2-3i}\right)}$$

$$=\overline{\left(\frac{7-4i}{2-3i}\right).\left(\frac{2+3i}{2+3i}\right)}$$

$$=\overline{\left(\frac{14+21i-8i+12}{4+9}\right)}$$

$$=\overline{\left(\frac{26+13i}{13}\right)}$$

$$=\overline{2+i}=2-i$$

$$\text{RHS}:\frac{\overline{c_1}}{\overline{c_2}}=\frac{\overline{7-4i}}{\overline{2-3i}}=\frac{7+4i}{2+3i}$$

$$=\frac{7+4i}{2+3i}\cdot\frac{2-3i}{2-3i}$$

$$=\frac{14-21i+8i+12}{4+9}$$

$$=\frac{26-13i}{13}=2-i$$

$$\therefore\overline{\left(\frac{c_1}{c_2}\right)}=\frac{\overline{c_1}}{\overline{c_2}}$$



17 اثبت ان $\frac{1}{(1+2i)^2}+\frac{1}{(1-2i)^2}=\frac{-6}{25}$

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol:

$$\frac{1}{(1+2i)^2}+\frac{1}{(1-2i)^2}$$
$$=\frac{1}{1+4i-4}+\frac{1}{1-4i-4}$$
$$=\frac{1}{-3+4i}+\frac{1}{-3-4i}$$
$$=\frac{(-3-4i)+(-3+4i)}{9+16}$$
$$=\frac{-3-3+-4i+4i}{25}=\frac{-6}{25}$$

18 ضع العدد بالصيغة العادية للعدد المركب $\frac{(1+i)^{15}}{128}$ ثم مثل العدد ومرافقه على شكل ارجاند؟

Sol:

$$c=\frac{(1+i)^{15}}{128}=\frac{(1+i)^{14}(1+i)}{128}$$
$$=\frac{\left[(1+i)^2\right]^7(1+i)}{128}$$
$$=\frac{(1+2i-1)^7(1+i)}{128}$$
$$=\frac{(2i)^7(1+i)}{128}$$
$$=\frac{128i^7(1+i)}{128}$$
$$=-i(1+i)$$
$$=-i+1=1-i$$

$P(\bar{c})$

$P(c)$

$$P(c)=(1,-1)$$
$$\bar{c}=1+i\Rightarrow$$
$$P(\bar{c})=(1,1)$$

2018 دور (1) احيائي - داخل

19 اذا علمت ان $x=8-i$, $y=2+i$ تحقق ان $\overline{xy}=\bar{x}.\bar{y}$ ؟

2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

$$\overline{xy}=\overline{(2+i)(8-i)}$$
$$=\overline{16-2i+8i+1}$$
$$=\overline{17+6i}=17-6i$$
$$\bar{x}.\bar{y}=\overline{(2+i)}\;.\;\overline{(8-i)}$$
$$=(2-i)\;.\;(8+i)$$
$$=16+2i-8i+1$$
$$=17-6i$$
$$\therefore\;\overline{xy}=\bar{x}.\bar{y}$$

20

ضع بالصيغة العادية الجبرية ناتج $\frac{i}{(\sqrt{2}+i)^2}+\frac{i}{(\sqrt{2}-i)^2}$

2020 دور (1) احيائي

$$\frac{i}{(\sqrt{2}+i)^2}+\frac{i}{(\sqrt{2}-i)^2}$$

$$\frac{i}{2+2\sqrt{2}i-1}+\frac{i}{2-2\sqrt{2}i-1}$$

$$=\frac{i}{1+2\sqrt{2}i}+\frac{i}{1-\sqrt{2}i}$$

$$=\frac{i}{1+2\sqrt{2}i}\cdot\frac{1-2\sqrt{2}i}{1-2\sqrt{2}i}+\frac{i}{1-2\sqrt{2}i}\quad\frac{1+2\sqrt{2}i}{1+2\sqrt{2}i}$$

$$=\frac{i+2\sqrt{2}}{1+8}+\frac{i-2\sqrt{2}}{1+8}$$

$$=\frac{i+\cancel{2\sqrt{2}}+i-\cancel{2\sqrt{2}}}{9}$$

$$=\frac{2i}{9}$$

21

اثبت ان : $\frac{1}{(2-i)^2}-\frac{1}{(2+i)^2}=\frac{8}{25}i$

2020 تمهيدي احيائي

$$=\frac{1}{4-4i-1}-\frac{1}{4+4i-1}$$

$$=\frac{1}{3-4i}-\frac{1}{3+4i}$$

$$=\frac{1}{3-4i}\cdot\frac{3+4i}{3+4i}-\frac{1}{3+4i}\cdot\frac{3-4i}{3-4i}$$

$$=\frac{3+4i}{9+16}-\frac{3-4i}{9+16}$$

$$=\frac{(3+4i)-(3-4i)}{25}$$

$$=\frac{\cancel{3}+4i-\cancel{3}+4i}{25}=\frac{8i}{25}$$

ايجاد قيم x , y الحقيقية

1 جد قيمتي $x, y \in R$ التي تحقق
$(2x+i)(y-2i) = -2-9i$

$\text{Sol}: (2x+i)(y-2i) = -2-9i$

$2xy - 4xi + yi + 2 = -2 - 9i$

$(2xy+2) + (-4x+y)i = -2 - 9i$

$2xy + 2 = -2$

$[2xy = -4] \div 2 \Rightarrow xy = -2$ الحقيقي=الحقيقي

$y = \frac{-2}{x}$ .... (1)

$-4x + y = -9$......... (2) التخيلي=التخيلي

نعوض (1) في (2)

$\left[-4x + (\frac{-2}{x}) = -9\right].x$

$-4x^2 - 2 = -9x \Rightarrow 4x^2 - 9x + 2 = 0$

$(4x-1)(x-2) = 0$

either $4x = 1 \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{4}}$

or $(x-2) \Rightarrow \boxed{x = 2}$

$\boxed{y = \frac{-2}{x} = \frac{-2}{\frac{1}{4}} = -8}$

$\boxed{y = \frac{-2}{2} = -1}$

1996 دور (1)

2 جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق
$(2+xi)(-x+i) = \frac{9y^2+49}{3y+7i}$

1998 دور (2)

Sol:

$(2+xi)(-x+i) = \frac{9y^2+49}{3y+7i} \Rightarrow$

$(-2x + 2i - x^2 i + xi^2) = \frac{9y^2 - 49i^2}{3y+7i}$

$(-2x - x) + (2 - x^2)i = \frac{(3y-7i)(3y+7i)}{3y+7i}$

$-3x + (2-x^2)i = 3y - 7i$

$-3x = 3y$

$-x = y$........ (1)

$2 - x^2 = -7 \Rightarrow -x^2 = -7 - 2$

$x^2 = 9 \Rightarrow \boxed{x = \pm 3}$

$x = 3 \Rightarrow \boxed{y = -3}$

$x = -3 \Rightarrow \boxed{y = 3}$

3

جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق

$$(3x+2yi)^2=\frac{200}{4+3i}$$

1999 دور (2)

Sol:

$$(3x+2yi)^2=\frac{200}{4+3i}\Rightarrow$$

$$9x^2+12xyi+4y^2i^2=\frac{200}{4+3i}.\frac{4-3i}{4-3i}$$

$$(9x^2-4y^2)+(12xy)i=\frac{800-600i}{(4)^2+(3)^2}$$

$$(9x^2-4y^2)+(12xy)i=\frac{800}{25}-\frac{600}{25}i$$

$$(9x^2-4y^2)+(12xy)i=32-24i$$

$9x^2-4y^2=32.......$ (1) الحقيقي=الحقيقي

$[12xy=-24]\div 12$ التخيلي=التخيلي

$xy=-2\Rightarrow y=\frac{-2}{x}.......$ (2)

نعوض (2) في (1)

$$9x^2-4(\frac{-2}{x})^2=32$$

$$\left[9x^2-4(\frac{4}{x^2})=32\right]x^2$$

$$9x^4-16=32x^2$$

$$9x^4-32x^2-16=0$$

$$(9x^2+4)(x^2-4)=0$$

أما $9x^2+4=0\Rightarrow x^2=\frac{-4}{9}\notin R$

أو $x^2-4=0\Rightarrow x^2=4\Rightarrow \boxed{x=\pm 2}$

نعوض قيم (x) في (1)

$x=2\Rightarrow \boxed{y=\frac{-2}{2}=-1}$

$x=-2\Rightarrow \boxed{y=\frac{-2}{-2}=1}$

4

جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق

$$x(x+i)+y(y-i)+i=13$$

2000 دور (2)

Sol:

$$x(x+i)+y(y-i)+i=13$$

$$(x^2+xi)+(y^2-yi)=13-i$$

$$(x^2+y^2)+(x-y)i=13-i$$

الحقيقي التخيلي

$x^2+y^2=13..........$ (1)

$x-y=-1\Rightarrow x=y-1.......$ (2)

نعوض (2) في (1)

$$(y-1)^2+y^2=13\Rightarrow$$

$$y^2-2y+1+y^2-13=0$$

$$\left[2y^2-2y-12=0\right]\div 2$$

$$y^2-y-6=0$$

$$(y-3)(y+2)=0$$

أما $(y-3)=0$

$\boxed{y=3}$

أو $y+2=0\Rightarrow \boxed{y=-2}$

نعوض قيم (y) في (2)

$y=3\Rightarrow x=3-1\Rightarrow \boxed{x=2}$

$y=-2\Rightarrow x=-2-1\Rightarrow \boxed{x=-3}$





5 جد قيمتي $x, y \in R$ اذا علمت ان $\frac{x-yi}{x^2+y^2} = \frac{1}{(1+xi)(3+i)}$

2018 دور (1) احيائي - خارج

2002 دور (1) احيائي - خارج

Sol:

$$\frac{x-yi}{x^2-y^2i^2} = \frac{1}{(1+xi)(3+i)}$$

$$\frac{x-yi}{(x-yi)(x+yi)} = \frac{1}{(1+xi)(3+i)}$$

$$\frac{1}{x+yi} = \frac{1}{(1+xi)(3+i)}$$

$$x+yi = (1+xi)(3+i)$$

$$x+yi = 3+i+3xi-x$$

$$x+yi = (3-x)+(3x+1)i$$

$$x = 3-x \Rightarrow 2x = 3$$

$$\boxed{x = \frac{3}{2}}$$

$y = 3x+1$ نعوض قيمة (x)

$$y = 3(\frac{3}{2})+1$$

$$y = \frac{9}{2}+1 \Rightarrow y = \frac{9+2}{2}$$

$$\boxed{y = \frac{11}{2}}$$

6 جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق المعادلة $\frac{y}{1+i} = \frac{x^2+4}{x+2i}$

2003 دور (3)

Sol:

$$\frac{x^2-4i^2}{x+2i} = \frac{y}{1+i} \Rightarrow$$

$$\frac{(x-2i)(x+2i)}{x+2i} = \frac{y}{1+i}$$

$$x-2i = \frac{y}{1+i}$$

$$(x-2i)(1+i) = y$$

$$x+xi-2i+2 = y$$

$$(x+2)+(x-2)i = y+0i$$

$$x+2 = y \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$x-2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2} \ldots\ldots (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$2+2 = y$$

$$\boxed{y = 4}$$



7 جد قيمتي $x, y \in R$ التي تحقق

$$\frac{2-i}{1+i}x+\frac{3-i}{2+i}y=\frac{1}{i}$$

2004 دور (2)
2005 دور (2)

Sol:

$$\left(\frac{2-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}\right)x+\left(\frac{3-i}{2+i}\cdot\frac{2-i}{2-i}\right)y=\left(\frac{1}{i}\cdot\frac{-i}{-i}\right)$$

$$\left(\frac{2-2i-i-1}{1+1}\right)x+\left(\frac{6-3i-2i-1}{4+1}\right)y=-i$$

$$\left(\frac{1-3i}{2}\right)x+\left(\frac{5-5i}{5}\right)y=-i$$

$$\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}xi+y-yi=0-i$$

$$\left[\frac{1}{2}x+y=0\right]\times 2$$ الحقيقي=الحقيقي

$$x+2y=0\Rightarrow x=-2y.....(1)$$

$$\left[-\frac{3}{2}x-y=-1\right]\times 2$$

$$-3x-2y=-2............(2)$$

نعوض (1) في (2)

$$-3(-2y)-2y=-2$$

$$6y-2y=-2$$

$$4y=-2\Rightarrow \boxed{y=-\frac{1}{2}}$$

نعوض قيم (y) في (1)

$$x=-2(-\frac{1}{2})$$

$$\boxed{x=1}$$

8 جد قيمتي $x, y \in R$ الحقيقيتان التي تحقق

$$(x+i)(y-3i)=-1-13i$$

2006 تمهيدي

Sol:

$$xy-3xi+yi+3=-1-13i$$

$$(xy+3)+(-3x+y)i=-1-13i$$

$$xy+3=-1\Rightarrow x=\frac{-4}{y}.......(1)$$

$$-3x+y=-13............(2)$$

نعوض (1) في (2)

$$-3\left(\frac{-4}{y}\right)+y=-13$$

$$\left[\frac{12}{y}+y=-13\right]\times y$$

$$12+y^2=-13y$$

$$y^2+13y+12=0$$

$$(y+12)(y+1)$$

أما $y+12=0\Rightarrow \boxed{y=-12}$

أو $y+1=0\Rightarrow \boxed{y=-1}$

نعوض قيم (y) في (1)

$$y=-12\Rightarrow x=\frac{-4}{-12}\Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{3}}$$

$$y=-1\Rightarrow x=\frac{-4}{-1}\Rightarrow \boxed{x=4}$$



9 جد قيمتي x,y التي تحقق $(2x+i)(y+2i)=2+9i$

2006 دور (1)

Sol:

$2xy+4xi+yi-2=2+9i$

$(2xy-2)+(4x+y)i=2+9i$

الحقيقي التخيلي

$[2xy-2=2]\div 2$

$xy-1=1 \Rightarrow xy=2$

$x=\frac{2}{y}$ .... (1)

$4x+y=9$ .... (2)

نعوض (1) في (2)

$4(\frac{2}{y})+y=9$

$\left[\frac{8}{y}+y=9\right]\times y$

$8+y^2=9y$

$y^2-9y+8=0$

$(y-8)(y-1)=0$

أما $y-8=0 \Rightarrow \boxed{y=8}$

أو $y-1=0 \Rightarrow \boxed{y=1}$

نعوض قيم (y) في (1)

$y=8 \Rightarrow x=\frac{2}{8} \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{4}}$

$y=1 \Rightarrow x=\frac{2}{1} \Rightarrow \boxed{x=2}$

10 جد قيمتي x,y الحقيقيتان التي تحقق $(3x-i)(2y+i)+11=7i$

2006 دور (2)

Sol:

$6xy+3xi-2yi+1=-11+7i$

$(6xy+1)+(3x-2y)i=-11+7i$

$6xy+1=-11 \Rightarrow [6xy=-12]\div 6$

$xy=-2 \Rightarrow y=\frac{-2}{x}$ .... (1)

$3x-2y=7$ .... (2)

نعوض (1) في (2)

$3x-2(\frac{-2}{x})=7$

$\left[3x+\frac{4}{x}=7\right].x$

$3x^2+4=7x$

$3x^2-7x+4=0$

$(3x-4)(x-1)=0$

either $3x-4=0 \Rightarrow \boxed{x=\frac{4}{3}}$

or $x-1=0 \Rightarrow \boxed{x=1}$

نعوض قيم (x) في (1)

$x=\frac{4}{3} \Rightarrow y=\frac{-2}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \boxed{y=\frac{-3}{2}}$

$x=1 \Rightarrow y=\frac{-2}{1} \Rightarrow \boxed{y=-2}$

11 جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق

$$y+5i=(2x+i)(x+i)$$

2008 دور (2)

Sol:

$$y+5i=2x^2+2xi+xi-1$$

$$y+5i=(2x^2-1)+(3x)i$$

$$2x^2-1=y \dots\dots\dots (1)$$

$$3x=5 \Rightarrow \boxed{x=\frac{5}{3}} \dots\dots (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$2(\frac{5}{3})^2-1=y$$

$$2(\frac{25}{9})-1=y \Rightarrow \frac{50}{9}-1=y$$

$$y=\frac{50-9}{9}$$

$$\boxed{y=\frac{41}{9}}$$

2020 تمهيدي احيائي

---

12 جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق

$$(3+2i)^2 y=(x+3i)^2$$

2009 تمهيدي

Sol:

$$(9+12i-4)y=x^2+6xi-9$$

$$5y+12yi=(x^2-9)+6xi$$

$$5y=x^2-9 \dots\dots\dots (1)$$

$$[12y=6x] \div 6 \Rightarrow 2y=x \dots (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$5y=(2y)^2-9$$

$$5y=4y^2-9$$

$$4y^2-5y-9=0$$

$$(4y-9)(y+1)=0$$

either $4y-9=0 \Rightarrow \boxed{y=\frac{9}{4}}$

or $y+1=0 \Rightarrow \boxed{y=-1}$

نعوض قيم (y) في (1)

$$y=\frac{9}{4} \Rightarrow x=2(\frac{9}{4})$$

$$\boxed{x=\frac{9}{2}}$$

$$y=-1 \Rightarrow x=2(-1)$$

$$\boxed{x=-2}$$

13 جد $x,y \in R$ اذا علمت $\frac{-2}{x+yi}, \frac{1-5i}{3-2i}$ مترافقان

2020 دور (1) احيائي

$$\frac{-2}{x+yi}=\frac{1+5i}{3+2i}$$

$$\frac{-2}{x+yi}=\frac{1+5i}{3+2i}.\frac{3-2i}{3-2i}$$

$$\frac{-2}{x+yi}=\frac{3-2i+15i+10}{9+4}$$

$$\frac{-2}{x+yi}=\frac{13+13i}{13}$$

$$\frac{-2}{x+yi}=1+i$$

$$x+yi=\frac{-2}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}$$

$$x+yi=\frac{-2+2i}{2}$$

$$x+yi=-1+i$$

$$\boxed{x=-1}\ ,\ \boxed{y=1}$$

14 جد قيمتي x,y الحقيقيتان التي تحقق

$$12+5i=(x+3i)(y-2i)$$

2010 دور (1)

Sol:

$$12+5i=xy-2xi+3yi+6$$

$$12+5i=(xy+6)+(-2x+3y)i$$

$$xy+6=12 \Rightarrow xy=6$$

$$y=\frac{6}{x}\ ....(1)$$

$$-2x+3y=5....(2)$$

نعوض (1) في (2)

$$-2x+3(\frac{6}{x})=5$$

$$\left[-2x+\frac{18}{x}=5\right].x$$

$$-2x^2+18=5x$$

$$2x^2+5x-18=0$$

$$(2x+9)(x-2)$$

أما $2x+9=0$

$$2x=-9$$

$$\boxed{x=\frac{-9}{2}}$$

أو $x-2=0 \Rightarrow \boxed{x=2}$

نعوض قيم (x) في (1)

$$x=\frac{-9}{2} \Rightarrow y=\frac{6}{\frac{-9}{2}}=\frac{12}{-9} \Rightarrow \boxed{y=\frac{-4}{3}}$$

$$x=2 \Rightarrow y=\frac{6}{2} \Rightarrow \boxed{y=3}$$

15 جد قيمتي x, y الحقيقيتان اذا علمت ان $\frac{5}{x+yi}$, $\frac{2+i}{3-i}$ مترافقان

2012 دور (1)

Sol:

$$\left(\frac{2-i}{3+i}\right)=\frac{5}{x+yi}$$

$$\left(\frac{2-i}{3+i}\cdot\frac{3-i}{3-i}\right)=\frac{5}{x+yi}$$

$$=\frac{6-2i-3i-1}{(3)^2+(1)^2}=\frac{5}{x+yi}$$

$$\frac{5-5i}{10}=\frac{5}{x+yi}$$

$$\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i=\frac{5}{x+yi}\right].2$$

$$1-i=\frac{10}{x+yi}$$

$$(1-i)(x+yi)=10$$

$$x+yi=\frac{10}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$

$$x+yi=\frac{10+10i}{2}$$

$$x+yi=5+5i$$

$\boxed{x=5}$

$\boxed{y=5}$

16 جد قيمتي x, y الحقيقيتان اذا علمت ان $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)+(x+yi)=(1+2i)^2$

2015 تمهيدي

Sol:

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}\right)+(x+yi)=1+4i-4$$

$$\left(\frac{1-i-i-1}{(1)^2+(1)^2}\right)+(x+yi)=-3+4i$$

$$\frac{-2i}{2}+(x+yi)=-3+4i$$

$$(0-i)+(x+yi)=-3+4i$$

$\boxed{x=-3}$

$$-1+y=4$$

$\boxed{y=5}$

17 جد قيمتي x, y الحقيقيتان اذا علمت ان $\frac{6}{x+yi}$, $\frac{3+i}{2-i}$ مترافقان

2015 دور (3)
2017 تمهيدي احيائي
2020 تمهيدي تطبيقي

Sol :

$$\frac{3-i}{2+i}=\frac{6}{x+yi}$$

$$(\frac{3-i}{2+i}\cdot\frac{2-i}{2-i})=\frac{6}{x+yi}$$

$$\frac{6-3i-2i-1}{4+1}=\frac{6}{x+yi}$$

$$\frac{5-5i}{5}=\frac{6}{x+yi}$$

$$1-i=\frac{6}{x+yi}$$

$$x+yi=\frac{6}{1-i}\cdot\frac{1+i}{1+i}$$

$$x+yi=\frac{6+6i}{2}$$

$$x+yi=3+3i$$

$$\Rightarrow \boxed{x=3}$$

$$\Rightarrow \boxed{y=3}$$

18 جد قيمتي x, y الحقيقيتان التي تحقق المعادلة $\frac{125}{11+2i}x+(1-i)^2y=11$

2016 تمهيدي

Sol :

$$(\frac{125}{11+2i}\cdot\frac{11-2i}{11-2i})x+(1-2i-1)y=11$$

$$(\frac{125\ (11-2i)}{(11)^2+(2)^2})\ x-2yi=11$$

$$(\frac{125\ (11-2i)}{125})\ x-2yi=11$$

$$(11-2i)x-2yi=11+0i$$

$$11x-2xi-2yi=11+0i$$

$$[11x=11]\div 11\Rightarrow x=1$$

(حقيقي = حقيقي)

$$[-2x-2y=0]\div -2$$

(تخيلي = تخيلي)

$$x+y=0$$

$$1+y=0$$

$$\boxed{y=-1}$$

19

جد قيمتي $x, y \in R$ اذا علمت ان

$$(x+2i)(x-i) = \frac{121+9y^2}{11+3yi}$$

2016 دور (2)

Sol:

$$x^2 - xi + 2xi + 2 = \frac{121-9y^2i}{11+3yi}$$

$$(x^2+2) + xi = \frac{(11+3yi)(11-3yi)}{(11-3yi)}$$

تخيلي = تخيلي

$$(x^2+2) + xi = 11 - 3yi$$

حقيقي = حقيقي

$$x^2 + 2 = 11$$

$$x^2 = 11 - 2$$

$$x^2 = 9$$ بالجذر

$$\boxed{x = \mp 3}$$

$$[x = -3y] \div 3$$

$$y = \frac{x}{-3} = \frac{\mp 3}{-3}$$

$$\boxed{y = \pm 1}$$

20

اذا كان $x = (3-2i)^2$, $y = \frac{3-i}{1+i}$

جد $x.y$ بالصيغة العادية , ثم اثبت

ان $\overline{x+y} = \overline{x} + \overline{y}$

2019 دور (3) احيائي

Sol:

$$y = \frac{3-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{3-3i-i-1}{(1)^2+(1)^2}$$

$$= \frac{2-4i}{2} = 1-2i$$

$$x = (3-2i)^2 = 9-12i-4$$

$$= 5-12i$$

$$\overline{x+y} = \overline{(5-12i)+(1-2i)}$$

$$= \overline{5+1-12i-2i}$$

$$= \overline{6-14i}$$

$$= 6+14i$$

$$\overline{x} + \overline{y} = \overline{5-12i} + \overline{1-2i}$$

$$= (5+12i) + (1+2i)$$

$$= 5+1+12i+2i$$

$$= 6+14i$$

$$\therefore \overline{x+y} = \overline{x} + \overline{y}$$

20 اذا كان $\frac{3-2i}{i}$, $\frac{x-yi}{1+5i}$ مترافقان جد قيمتي x,y

2017 دور (3) احيائي - داخل

2016 دور (3)

Sol:

$$\frac{x-yi}{1+5i}=\frac{3+2i}{-i}$$

غيّرنا اشارة الاجزاء التخيلية للطرف بكامله

الطرف ثابت الاشارة

$$\frac{x-yi}{1+5i}=\frac{3+2i}{-i}\cdot\frac{i}{i}$$

$$\frac{x-yi}{1+5i}=\frac{-2+3i}{1}$$

$$x-yi=(-2+3i)(1+5i)$$

$$x-yi=(-2-15)+(-10+3)i$$

$$x-yi=-17-7i$$

$$\boxed{x=-17}$$

$$\boxed{y=-7}$$

21 جد قيم $x, y \in R$ اذا علمت ان

$$(\frac{1-i}{1+i})x+(1-3i)^2y=(1-i)(1+3i)$$

2017 دور (1) احيائي خارج

Sol:

$$(\frac{1-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i})x+(1-6i-9)y=1+3i-i+3$$

$$(\frac{1-i-i-1}{2})x+(-8-6i)y=4+2i$$

$$(\frac{-2i}{2})x-8y-6yi=4+2i$$

$$-xi-8y-6yi=4+2i$$

$$(-8y)+(-x-6y)i=4+2i$$

$$-8y=4\Rightarrow \boxed{y=\frac{-1}{2}}$$

$$-x-6y=2$$

$$-x-6(\frac{-1}{2})=2$$

$$-x+3=2$$

$$-x=-1$$

$$\boxed{x=1}$$

22

اذا كان العددان $\frac{x+yi}{3+4i}$, $\frac{5+i}{2-i}$ مركبان مترافقان , جد قيمتي $x, y \in R$

2017 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol :

$$\frac{x+yi}{3+4i} = \frac{5-i}{2+i}$$

غيّرنا اشارة الاجزاء التخيلية للطرف بكامله — الطرف ثابت الاشارة

$$(x+yi)(2+i) = (5-i)(3+4i)$$

$$(x+yi)(2+i) = 15+20i-3i+4$$

$$(x+yi)(2+i) = 19+17i$$

$$x+yi = \frac{19+17i}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i}$$

$$x+yi = \frac{38-19i+34i+17}{4+1}$$

$$x+yi = \frac{55}{5} + \frac{15}{5}i$$

$$x+yi = 11+3i$$

$$\boxed{x=11} \Rightarrow \boxed{y=3}$$

23

جد قيمة كل من x , y الحقيقيتين اللتين تحققان المعادلة $\frac{6}{x+yi} + (2-i)^2 = 4-3i$

2019 دور (1) احيائي

Sol :

$$\frac{6}{x+yi} + 4 - 2i - 1 = 4 - 3i$$

$$\frac{6}{x+yi} = 3 - 4i = 4 - 3i$$

$$\frac{6}{x+yi} = 4 - 3i - 3 + 4i$$

$$\frac{6}{x+yi} = 1 + i$$

$$x+yi = \frac{6}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}$$

$$x+yi = \frac{6-6i}{2}$$

$$x+yi = 3-3i$$

$$\boxed{x=3} , \boxed{y=-3}$$



الجذور التربيعية

1

اذا كان $c, d \in R$ اثبت وكان $c + di = \frac{7-4i}{2+i}$ جد $\sqrt{2c - di}$

1997 دور (1)

2019 دور (1) احيائي - خارج

Sol:

$$c + di = \frac{7-4i}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i}$$

$$c + di = \frac{14 - 7i - 8i - 4}{(2)^2 + (1)^2}$$

$$c + di = \frac{10 - 15i}{5} = 2 - 3i$$

$$c = 2$$

$$d = -3$$

$$\sqrt{2c - di} = \sqrt{2(2) - (-3)i}$$

$$x + yi = \sqrt{4 + 3i}$$ بالتربيع

$$(x^2 - y^2) + 2xyi = 4 + 3i$$

$$x^2 - y^2 = 4 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$[2xy = 3] \div 2x$$

$$y = \frac{3}{2x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$x^2 - y^2 = 4$$

$$x^2 - \left(\frac{3}{2x}\right)^2 = 4$$

$$\left[x^2 - \frac{9}{4x^2} = 4\right] . 4x^2$$

$$4x^4 - 9 = 16x^2$$

$$4x^4 - 16x^2 - 9 = 0$$

$$(2x^2 - 9)(2x^2 + 1) = 0$$

either $2x^2 - 9 = 0$

$$[2x^2 = 9] \div 2$$

$$x^2 = \frac{9}{2} \overset{\text{بالجذر}}{\Rightarrow} \boxed{x = \pm\frac{3}{\sqrt{2}}}$$

or $2x^2 + 1 = 0$

$$2x^2 = -1 \Rightarrow x^2 = \frac{-1}{2} \notin R$$ يهمل

نعوض قيم (x) في (2)

$$x = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{3}{2x} = \frac{3}{(\sqrt{2}.\sqrt{2})(\frac{3}{\sqrt{2}})}$$

$$\boxed{y = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$x = -\frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{y = \frac{3}{(\sqrt{2}.\sqrt{2})(\frac{-3}{\sqrt{2}})} = -\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$c_1 = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$$

$$c_2 = \left(\frac{-3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$$

2 جد الجذران التربيعيان للعدد المركب
$3+4i$

2007 دور (1)

Sol:

$\sqrt{3+4i} = x + yi$ بالتربيع

$3+4i = (x^2 - y^2) + 2xyi$

$x^2 - y^2 = 3 \ldots\ldots\ldots\ldots$ ①

$[2xy = 4] \div 2x$

$y = \frac{2}{x} \ldots\ldots\ldots\ldots$ ②

نعوض ② في ①

$x^2 - (\frac{2}{x})^2 = 3$

$\left[x^2 - \frac{4}{x^2} = 3\right].x^2$

$x^4 - 4 = 3x$

$x^4 - 3x - 4 = 0$

$(x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0$

either $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4$ بالجذر

$\boxed{x = \mp 2}$

or $x^2 + 1 = 0 \notin R$ يهمل

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{x} = \frac{2}{2} \Rightarrow \boxed{y = 1}$

$x = -2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{-2} = -1}$

$c_1 = 2 + i$

$c_2 = -2 - i$

3 جد الجذران التربيعيان للعدد المركب
$(-1+7i)(1+i)$

2010 دور (2)

Sol:

$-1 - i + 7i - 7 = -8 + 6i$

$\sqrt{-8+6i} = x + yi$ بالتربيع

$-8+6i = (x^2 - y^2) + 2xyi$

$x^2 - y^2 = -8 \ldots\ldots\ldots$ ①

$[2xy = 6] \div 2x$

$y = \frac{3}{x} \ldots\ldots\ldots\ldots$ ②

نعوض ② في ①

$x^2 - (\frac{3}{x})^2 - 8$

$\left[x^2 - \frac{9}{x^2} = -8\right].x^2$

$x^4 - 9 = -8x^2$

$x^2 + 8x^2 - 9 = 0$

$(x^2 + 9)(x^2 - 1) = 0$

either $x^2 + 9 = 0 \notin R$ يهمل

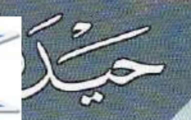
or $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \boxed{x = \mp 1}$

$x = 1 \Rightarrow \boxed{y = \frac{3}{1} = 3}$

$x = -1 \Rightarrow \boxed{y = \frac{3}{-1} = -3}$

$c_1 = 1 + 3i$

$c_2 = -1 - 3i$


4 جد الجذوران التربيعية للعدد -2i

2017 دور (2) احيائي - موصل

Sol :

$\sqrt{-2i} = (x + yi)$ بالتربيع

$-2i = x^2 + 2xyi - y^2$

$x^2 - y^2 = 0$..........1

$2xy = -2 \Rightarrow y = \frac{-2}{2x} = \frac{-1}{x}$..........2

$x^2 - (\frac{-1}{x})^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{x^2} = 0].x^2$

$x^4 - 1 = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$

$x^2 + 1 = 0$ يهمل

$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \mp 1$

$y = \frac{-1}{x} \Rightarrow$

$y = \frac{-1}{\mp 1} = \mp 1$

$c = \mp(1 - i)$

5 اذا كان $a + bi = \frac{7-4i}{2+i}$, $a, b \in R$ جد قيمة $\sqrt{2a - ib}$

2019 دور (1) خارج القطر

Sol :

$a + bi = \frac{7-4i}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i}$

$= \frac{14 - 7i - 8i - 4}{(2)^2 + (1)^2}$

$a + bi = \frac{10 - 15i}{5} = 2 - 3i$

$a = 2 \ , \ b = -3$

$\sqrt{2(a) - bi} = \sqrt{2(2) - (-3)i}$

$\Rightarrow \sqrt{4 + 3i} = x + yi$ بالتربيع

$4 + 3i = x^2 + 2xyi - y^2$

$x^2 - y^2 = 4$..........1

$2xy = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2y}$..........2

$(\frac{3}{2y})^2 - y^2 = 4$

$\frac{9}{4y^2} - y^2 = 4].4y^2$

$9 - 4y^4 = 16y^2$

$4y^4 + 16y^2 - 9 = 0$

$(2y^2 + 9)(2y^2 - 1) = 0$

جد الجذران التربيعيان للعدد المركب $\frac{14+2i}{1+i}$

6

2004 دور (2)
2009 دور (1)

Sol:

$$\frac{14+2i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{14-14i+2i+2}{(1)^2+(1)^2}$$

$$\frac{16-12i}{2} = 8-6i$$

$$x+yi = \sqrt{8-6i}$$ بالتربيع

$$(x^2-y^2)+2xyi = 8-6i$$

$$x^2-y^2 = 8 \text{.........} \quad (1)$$

$$[2xy = -6] \div 2x$$

$$y = \frac{-3}{x} \text{.................} \quad (2)$$

نعوض (2) في (1)

$$x^2 - (\frac{-3}{x})^2 = 8$$

$$\left[x^2 - \frac{9}{x^2} = 8\right] . x^2$$

$$x^4 - 9 = 8x^2$$

$$x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

$$(x^2-9)(x^2+1) = 0$$

either $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9$ بالجذر

$$\boxed{x = \mp 3}$$

or $x^2+1 = 0 \Rightarrow$ يهمل $\notin R$

$$\boxed{y = \frac{-3}{x} = \frac{-3}{\mp 3} = \mp 1}$$

$$c = \mp(3-i)$$

$$c_1 = 3-i \quad , \quad c_2 = -3+i$$





تكوين المعادلة

1

اذا كان 3+i هو احد جذري معادلة $x^2 - ax + (5+5i)$ فما قيمة a وماهو الجذر الاخر

2011 دور (1)

Sol:

let $M = 3+i \quad , \quad L$

نقارن المعادلة بالصورة القياسية

$$x^2 - ax + (5+5i) = 0$$

$$x - (M+L)x + M.L = 0$$

$$M.L = 5+5i$$

$$(3+i)L = 5+5i$$

$$L = \frac{5+5i}{3+i} \cdot \frac{3-i}{3-i}$$

$$L = \frac{15-5i+15i+5}{(3)^2+(1)^2}$$

$$L = \frac{20+10i}{10} = 2+i$$

$$a = M+L$$

$$a = (3+i)+(2+i)$$

$$\boxed{a = 5+2i}$$

2

اذا كان 2-4i هو احد جذري المعادلة $2x^2 - x - bx + c - 6 = 0$ معاملاتها حقيقية، جد قيمتي $b,c \in R$

2015 دور (2)

Sol:

Let $M = 2-4i$

بما ان المعاملات حقيقية

فان الجذران مترافقان

$$L = 2+4i$$

$$M+L = (2+4i)+(2-4i)$$

$$= 4$$

$$M.L = (2-4i)+(2+4i)$$

$$= 4+8i-8i+16$$

$$= 20$$

$$x^2 - (M+L)x + M.L = 0$$

$$2x^2 - x(1+b) + c - 6 = 0 \Big] \div 2$$

$$x^2 - x\left(\frac{1+b}{2}\right) + \left(\frac{c-6}{2}\right) = 0$$

$$M+L = \frac{1+b}{2}$$

$$4 = \frac{1+b}{2} \Rightarrow 8 = 1+b$$

$$\boxed{b = 7}$$

$$M.L = \frac{c-6}{2} \Rightarrow 20 = \frac{c-6}{2}$$

$$40 = c-6 \Rightarrow \boxed{c = 46}$$

3

اذا كان (1+2i) هو احد جذري المعادلة $x^2-(3-i)x+a=0$ فما جذرها الثاني وما قيمة a ؟

2017 دور (2) احيائي - خارج

Sol:

$x^2-(M+L)x+M.L=0$ المعادلة الربيعية

$x^2-(3-i)x+a=0$

let $M=1+2i$, L الجذر الثاني

$M+L=3-i$

$(1+2i)+L=3-i$

$L=3-i-(1+2i)$

$L=3-i-1-2i$

$L=2-3i$

$ML=a \Rightarrow (1+2i)(2-3i)=a$

$a=2-3i+4i+6$

$a=8+i$

4

اذا كان احد جذري المعادلة التربيعية $x^2+x-bx+c+8=0$ هو 1-3i جد قيمتي b,c الحقيقيتان ؟

2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol:

let $M=1-3i$, $L=1+3i$

$M+L=(1-3i)+(1+3i)=2$

$M.L=(1-3i)(1+3i)=1+9$

$=10$

$x^2-(-1+b)x+(c+8)=0$

$x^2-(M+L)x+M.L+0$

$M+L=-1+b$

$2=-1+b \Rightarrow b=3$

$M.L=c+8$

$10=c+8$

$c=2$

كون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية اذا كان احد جذريها $(\sqrt{3}-i)^2$

5

2018 دور (3) احيائي - داخل

Sol:

$M=(\sqrt{3}-i)^2=3-2\sqrt{3}i-1$

$M=2-2\sqrt{3}i$

$L=2+2\sqrt{3}i$

$M+L=(2-2\sqrt{3}i)+(2+2\sqrt{3}i)$

$M+L=4$

$M.L=(2-2\sqrt{3}i)+(2+2\sqrt{3}i)$

$M.L=4+4\sqrt{3}i-4\sqrt{3}i+12$

$M.L=16$

$x^2-(M+L)x+M.L=0$

$x^2-4x+16=0$

اذا علمت ان $(2+i)$ هو احد جذري المعادلة $x^2-hx+5-5i=0$ جد قيمة h حيث $h\in\mathbb{C}$ وما الجذر الاخر

6

2019 تمهيدي احيائي

Sol:

$m=2+i\ ,\ L=?\ ,\ h=?$

$m.L=5-5i$

$(2+i)L=5-5i$

$L=\frac{5-5i}{2+i}\cdot\frac{2-i}{2-i}$

$=\frac{10-5i-10i-5}{5}$

$=\frac{5-15i}{5}=1-3i$

$L=(1-3i)$

$m+L=h$

$(2+i)+(1-3i)=h$

$(2+1)+(i-3i)=h$

$3-2i=h$

$\therefore h=3-2i$

7 اذا كان (3-4i) هو احد جذري المعادلة التربيعية $x^2 - nx + 10 - 5i = 0$ فما الجذر الثاني وما قيمة n

2017 دور (2) تطبيقي

Sol :

$m = 3 - 4i \ , \ L = ? \ , \ n = ?$

$m.L = 10 - 5i$

$(3-4i)L = 10 - 5i$

$$L = \frac{10-5i}{3-4i} \cdot \frac{3+4i}{3+4i}$$

$$= \frac{30+40i-15i+20}{(3)^2+(4)^2}$$

$$= \frac{50+25i}{25} = \frac{50}{25} + \frac{25}{25}i$$

$L = 2 + i$

$m + L = n$

$(3-4i) + (2+i) = n$

$(3+2) + (i-4i) = n$

$5 - 3i = n$

$n = 5 - 3i$

8 كون المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية واحدى جذريها $(3-4i)$

2020 دور (1) تطبيقي

2020 دور (1) احيائي

$m = 3 - 4i$

$L = 3 + 4i$

$m + L = (3 - 4i) - (3 + 4i)$

$= 6$

$m.L = (3-4i)(3+4i)$

$= 9 + 16 = 25$

$x^2 - 6x + 25 = 0$

حل المعادلة التربيعية

1 جد مجموعة الحل المعادلة التالية في c

$Z^2 + 2i(3-2i) = 3Z$

2017 دور (2) احيائي

Sol :

$$Z^2 + 6i - 4i^2 = 3Z$$

$$Z^2 - 3Z + 4 + 6i = 0$$

$$a = 1\ ,\ b = -3\ ,\ c = 4 + 6i$$

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$Z = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)[4+6i]}}{2(1)}$$

$$Z = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 16 - 24i}}{2}$$

$$Z = \frac{3 \pm \sqrt{-7 - 24i}}{2}$$

$$\sqrt{-7 - 24i} = x + yi$$

$$-7 - 24i = x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$x^2 - y^2 = -7 \ldots\ldots\ldots 1$$

$$[2xy = -24] \div 2x$$

$$y = \frac{-12}{x} \ldots\ldots\ldots 2$$

نعوض 2 في 1

$$x^2 - \left(\frac{-12}{x}\right)^2 = -7$$

$$\left[x^2 - \frac{144}{x^2} = -7\right] x^2$$

$$x^4 - 144 = -7x^2$$

$$x^4 + 7x^2 - 144 = 0$$

$$(x^2 + 16)(x^2 - 9) = 0$$

either $x^2 + 16 = 0 \notin R$ يهمل

or $x^2 - 9 = 0$

$[x^2 = 9]$ بالجذر $\Rightarrow \boxed{x = \pm 3}$

نعوض قيم x في 1

$$x = 3 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-12}{3} = -4}$$

$$x = -3 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-12}{-3} = 4}$$

$$\sqrt{-7 - 24i} = \pm(3 - 4i)$$

$$Z = \frac{3 \pm (3 - 4i)}{2}$$

either

$$Z = \frac{3 + 3 - 4i}{2} = \frac{6}{2} - \frac{4i}{2}$$

$$\boxed{Z = 3 - 2i}$$

or

$$Z = \frac{3 - 3 + 4i}{2} = \frac{0}{2} + \frac{4i}{2}$$

$$\boxed{Z = 2i}$$

طريقة اخرى للحل للسؤال السابق

Sol:

$z^2-3z+6i-4i^2=0$

$(z^2-4i^2)-3(z-2i)=0$

$(z-2i)(z+2i)-3(z-2i)=0$

$(z-2i)(z+2i-3)=0$

either $z-2i \Rightarrow z=2i$

or $z+2i-3=0 \Rightarrow z=3-2i$

$\{2i\ ,\ 3-2i\}$

2 حل المعادلة $z^2+13z^2+36=0$ في $\mathbb{C}$

2009 دور (2)

Sol:

$Z^4+13Z^2+36=0$

$(Z^2+9)(Z^2+4)=0$

either $Z^2=-9 \overset{\text{بالجذر}}{\Rightarrow} Z=\pm 3i$

or $Z^2=-4 \overset{\text{بالجذر}}{\Rightarrow} Z=\pm 2i$

3 حل المعادلة التربيعية وبين هل ان الجذران مترافقان $Z^2+2Zi+3=0$

2020 تمهيدي احيائي

$a=1$

$b=-2i$

$c=3$

$$Z=\frac{-b\mp\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$Z=\frac{2i\mp\sqrt{(-2i)^2-4(3)}}{2(1)}$$

$$Z=\frac{2i\mp\sqrt{-4-12}}{2}$$

$$Z=\frac{2i\mp\sqrt{-16}}{2}$$

$$Z=\frac{2i\mp 4i}{2}$$

اما $Z=\frac{2i-4i}{2}$

$Z=\frac{-2i}{2}=-i$

او $\frac{2i+4i}{2}=\frac{6i}{2}=3i$

$Z=\{-i,3i\}$

$\therefore$ الجذران غيرمترافقان

اذا كان $Z_1=3+4i\ ,\ Z_2=5+2i$ وضح على شكل ارجاند Z_1+Z_2

2013 دور (3)

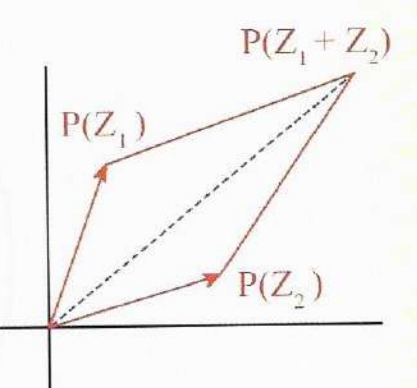
Sol:

$z_1 = 3+4i \Rightarrow P(z_1)=(3,4)$

$z_2 = 5+2i \Rightarrow P(z_2)=(5,2)$

$z_1+z_2 = z_3(3+4i)+(5+2i)$

$=8+6i \Rightarrow P(z_1+z_2)=(8,6)$



اذا كان $x=4-2i\ ,\ y=1+2i$

وضح بشكل ارجاند ① $x+y$, ② $x-y$

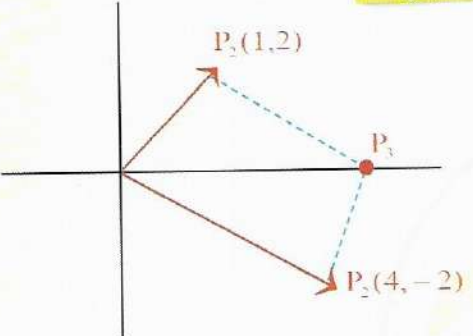
① $x=4+2i \Rightarrow P_1(4,-2)$

$y=1+2i \Rightarrow P_2(1,2)$

$x+y=(4+2i)+(1+2i)=5+0i$

$P_3(5,0)$

2020 دور(1) تطبيقي



② $x=4-2i \Rightarrow P_1(4,-2)$

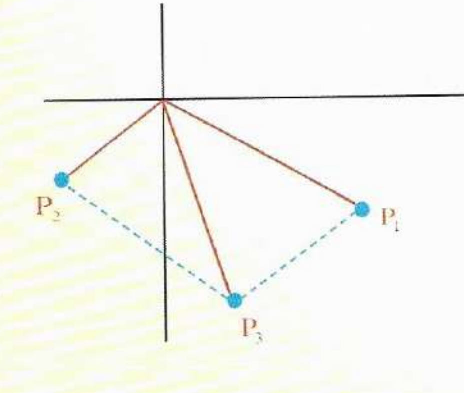
$y=1+2i \Rightarrow -y=(-1,-2i)$

$P_2(-1,-2)$

$x-y=4-2i-1-2i$

$=3-4i$

$P_3(3,-4)$







المقياس والقيمة الاساسية للسعة والصيغة القطبية

ضع المقدار $\frac{7+\sqrt{3}i}{1+2\sqrt{3}i}$ بالصيغة العادية للعدد المركب ثم جد قياسه وسعته الاساسية

1 2001 دور (1)

Sol:

$$\frac{7+\sqrt{3}i}{1+2\sqrt{3}i}\cdot\frac{1-2\sqrt{3}i}{1-2\sqrt{3}i}$$

$$=\frac{7-14\sqrt{3}i+\sqrt{3}i+6}{1+12}$$

$$=\frac{13-13\sqrt{3}i}{13}=1-\sqrt{3}i$$

$$Mod z=\|z\|=r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$=\sqrt{(1)^2+(-\sqrt{3})^2}$$

$$=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{\pi}{3}$ زاوية الاسناد

$\theta=\frac{5\pi}{3}$ بالربع الرابع

$\bullet\ (\frac{1}{2},-\sqrt{3})$

بالربع الرابع

اذا كان $Z=(-\sqrt{3},1)$ عدداً مركباً اكتب الشكل الجبري له ثم جد مقياسه والقيمة الاساسية للسعة

2 2002 دور (2)

Sol:

$$z=-\sqrt{3}+i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)^2}$$

$$=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{\pi}{6}$ زاوية الاسناد

$\theta=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$ بالربع الثاني

اذا كان Z عدد مركب مقياسه 3 وسعته $\frac{\pi}{3}$ جد كلا من الشكل الديكارتي والجـبري له

3 2003 دور (2)

Sol:

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$=3(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$ الربع اول

$$=3(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)$$

$$=\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

$$=(\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2})$$

اذا كان Z عدداً مركباً مقياسه 4 وسعته $\frac{5\pi}{6}$ جد كلا من الشكل الديكارتي والجبري له

4 — 2006 دور (1)

Sol :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$= 4(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\theta\frac{5\pi}{6})$ بالربع الثاني

$= 4(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$

$= -2\sqrt{3} + 2i$

$= (-2\sqrt{3}\ ,\ 2)$

اذا كان $Z=(1+\sqrt{3}i)$ عدداً مركباً اكتب الشكل الديكارتي له ثم جد مقياسه والقيمة الاساسية للسعة

5 — 2006 دور (2)

Sol :

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{3}$ زاوية الاسناد

$\theta = \frac{\pi}{3}$

لان السعة تقع بالربع الاول

$(x, y) = (1, \sqrt{3})$

جد المقياس والقيمة الاساسية للسعة للعدد المركب $\frac{2i}{1+i}$

6 — 2007 دور (2)

Sol :

$\frac{2i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{2i+2}{2} = 1+i$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2}$

$= \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{\pi}{4}$ زاوية الاسناد

$\theta = \frac{\pi}{4}$ لان السعة تقع بالربع الاول

جد المقياس والقيمة الاساسية للسعة للعدد المركب $(1+\sqrt{3}i)^2$

7 — 2008 دور (1)

Sol :

$z = (1+\sqrt{3}i)^2 = 1 + 2\sqrt{3}i - 3$

$= -2 + 2\sqrt{3}i$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{4+12} = \sqrt{16} = 4$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{\pi}{3}$ زاوية الاسناد

$\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ θ تقع بالربع الثاني

جد المقياس والقيمة الاساسية للسعة للعدد المركب $\frac{4}{1-\sqrt{3}i}$

8

2008 دور (2)

Sol:

$$\frac{4}{1-\sqrt{3}i} \cdot \frac{1+\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i} = \frac{4(1+\sqrt{3}i)}{4}$$

$$z = 1+\sqrt{3}i$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(1)^2+(\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{\pi}{3}$ زاوية الاسناد هي

$\theta = \frac{\pi}{3}$ لان السعة تقع بالربع الاول

اذا كان $Z=(-1+\sqrt{3}i)$ عدداً مركباً جد مقياسه والقيمة الاساسية للسعة

9

2008 خارج القطر

Sol:

$$r = \sqrt{x^2+y^2}$$

$$= \sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3}$$

$$= \sqrt{4} = 2$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{\pi}{3}$ زاوية الاسناد

$\theta = \frac{2\pi}{3}$ لان السعة تقع بالربع الثاني

10 عبر عن العدد المركب بالصيغة القطبية $2\sqrt{3}-2i$

2012 دور (1)
2013 خارج القطر
2014 نازحين

Sol:

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(-2)^2}$$
$$=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}$$
$$r=4$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$$

2020 تمهيدي تطبيقي

زاوية الاسناد هي $\frac{\pi}{6}$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{11\pi}{6}$$

θ تقع بالربع الرابع

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$
$$z=4(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6})$$

الصورة القطبية

11 اذا كان $Z=-2+2i$ عبر Z بالصيغة القطبية

2013 دور (1)

Sol:

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-2)^2+(2)^2}$$
$$=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-2}{2\sqrt{2}}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$$
$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{4}$

$$\theta=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$$ لان السعة تقع بالربع الثاني

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$
$$z=2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4})$$ الصورة القطبية

12 جد الصيغة القطبية للعدد المركب $5-5i$

2014 دور (3)

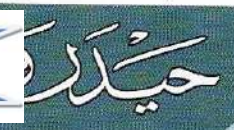
Sol:

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(5)^2+(-5)^2}$$
$$=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-5}{5\sqrt{2}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{4}$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$$ لان السعة تقع بالربع الرابع

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$
$$z=5\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$$ الصيغة القطبية




13 عبر عن العدد المركب بالصيغة القطبية $2-2\sqrt{3}i$

2015 تمهيدي

Sol:

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2)^2+(-2\sqrt{3})^2}$$
$$=\sqrt{4+12}=\sqrt{16}=4$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$
$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-2\sqrt{3}}{4}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

زاوية الاسناد هي $\frac{\pi}{3}$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$$

السعة تقع بالربع الرابع

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$
$$z=4(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})$$

14 اكتب الصيغة القطبية للعدد المركب $3-3\sqrt{3}i$

2015 دور (3)

Sol:

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(3)^2+(-3\sqrt{3})^2}$$
$$=\sqrt{9+27}=\sqrt{36}=6$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$
$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-3\sqrt{3}}{6}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$$

السعة تقع بالربع الرابع

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$
$$z=6(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})$$ الصورة القطبية

15 اكتب العدد $Z=(1+\sqrt{3}i)^2$ الصيغة القطبية

2016 دور (1)

Sol:

$$(1+\sqrt{3}i)^2=1+2\sqrt{3}i-3$$
$$=-2+2\sqrt{3}i$$
$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-2)^2+(2\sqrt{3})^2}$$
$$=\sqrt{4+12}=\sqrt{16}=4$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$$
$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$

$$\theta=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$$ السعة تقع بالربع الثاني

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$
$$z=4(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3})$$

طريقة ثانية للحل

$$z=1+\sqrt{3}i\Rightarrow r=\sqrt{x^2+y^2}$$
$$r=\sqrt{1+3}=\sqrt{4}=2$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{2}$$
$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\theta=\frac{\pi}{3}$$ لان السعة تقع بالربع الاول

$$c=2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$$
$$c^2=2^2(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})^2$$
$$=4(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3})$$

16

اذا كان $Z=(\cos\theta+i\sin\theta)$

اثبت ان $(1+\bar{Z})Z=1+Z$ ؟

2018 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol:

$$(1+\bar{z})z=\left[1+\overline{(\cos\theta+i\sin\theta)}\right](\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$=[1+(\cos\theta-i\sin\theta)](\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$=[(\cos\theta+i\sin\theta)+(\cos\theta+i\sin\theta)(\cos\theta-i\sin\theta)]$$

$$=\left[(\cos\theta+i\sin\theta)+(\cos^2\theta+\sin^2\theta)\right]$$

$1=$

$$=[(\cos\theta+i\sin\theta)+1]$$

$z=$

$$=z+1=1+z$$

17

اذا كان $Z=\cos\theta+i\sin\theta$

اثبت ان $\frac{Z^n}{1+Z^{2n}}=\frac{1}{2\cos n\theta}$

2019 دور(2) احيائي

Sol:

الطرف الايسر $\frac{Z^n}{Z^0+Z^{2n}}=\frac{Z^n}{Z^n(Z^{-n}+Z^n)}$

$Z^0=1$

$$\Rightarrow\frac{1}{Z^{-n}+Z^n}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{(\cos\theta+i\sin)^{-n}+(\cos\theta+i\sin)^n}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\cos(-n)\theta+i\sin(-n)\theta+\cos n\theta+i\sin n\theta}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{\cos n\theta-i\sin n\theta+\cos n\theta+i\sin n\theta}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2\cos n\theta}$$ الطرف الايمن

18

اذا كان $Z=\cos 2x+i\sin 2x$

اثبت ان $\frac{2}{1+Z}=1-i\tan x$

2019 دور (1) احيائي/خارج القطر

Sol:

الطرف الايسر $\frac{2}{1+\cos 2x+i\sin 2x}$

$$\Rightarrow\frac{2}{2\cos^2 x+i2\sin x\cos x}$$

$$\Rightarrow\frac{2}{2(\cos^2 x+i\sin x\cos x)}$$

$$\frac{}{\cos^2 x+i\sin x\cos x}\cdot\frac{\cos^2 x-i\sin x\cos x}{\cos^2 x-i\sin x\cos x}$$

$$\frac{\cos^2 x-i\sin x\cos x}{\cos^4 x+\sin^2 x\cos^2 x}$$

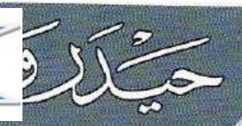
$$\frac{\cos^2 x-i\sin x\cos x}{\cos^2 x(\cos^2 x+\sin^2 x)}$$

$$\frac{\cos^2 x-i\sin x\cos x}{\cos^2 x}$$

$$\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}-\frac{i\sin x\cos x}{\cos^2 x}$$

$$1-i\frac{\sin x}{\cos x}$$

$1-i\tan x$ الطرف الايمن



مبرهنة ديموافر (الجزء الاول)

1 احسب ما يأتي: $\left[\cos\frac{5}{24}\pi+i\sin\frac{5}{24}\pi\right]^4$

2012 تمهيدي

Sol:

$$\left[\cos\frac{5\pi}{24}+i\sin\frac{5\pi}{24}\right]^4$$

$$=\left[\cos\frac{20}{24}\pi+i\sin\frac{20}{24}\pi\right]$$

$$=(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$$

ربع ثاني

$$=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$$

2 بسط ما يأتي $\frac{(\cos 5\theta+i\sin 5\theta)^2}{(\cos 3\theta+i\sin 3\theta)^3}$

2013 دور (2)

Sol:

$$\frac{(\cos 5\theta+i\sin 5\theta)^2}{(\cos 3\theta+i\sin 3\theta)^3}=$$

$$\frac{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^5\right]^2}{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^3\right]^3}=$$

$$\frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta+i\sin\theta)^9}=$$

$$\Rightarrow \cos\theta+i\sin\theta$$

حل آخر

$$\frac{(\cos 5\theta+i\sin 5\theta)^2}{(\cos 3\theta+i\sin 3\theta)^3}=$$

$$\frac{(\cos 10\theta+i\sin 10\theta)}{(\cos 9\theta+i\sin 9\theta)}=$$

$$(\cos 10\theta+i\sin 10\theta).(\cos 9\theta+i\sin 9\theta)^{-1}$$

$$(\cos 10\theta+i\sin 10\theta).(\cos 9\theta-i\sin 9\theta)$$

$$[\cos 10\theta\ .\ \cos 9\theta+\sin 10\theta\ .\ \sin 9\theta]$$

$$+[\sin 10\theta\ .\ \cos 9\theta-\cos 10\theta\ .\ \sin 9\theta]i$$

$$\cos(10\theta-9\theta)+i\sin(10\theta-9\theta)$$

$$=\cos\theta+i\sin\theta$$

3 ضع في ابسط صورة المقدار

$$\frac{(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)^5}{(\cos 5\theta+i\sin 5\theta)^2}$$

2014 تمهيدي

Sol:

$$\frac{(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)^5}{(\cos 5\theta+i\sin 5\theta)^2}$$

$$=\frac{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^2\right]^5}{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^5\right]^2}$$

$$=\frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}=1$$

4 جد بابسط صورة

$$(\cos\theta+i\sin\theta)^8.\ (\cos\theta-i\sin\theta)^4$$

2015 دور (1) خارج

Sol:

$$(\cos\theta+i\sin\theta)^8.\ (\cos\theta-i\sin\theta)^4$$

$$=(\cos\theta+i\sin\theta)^8.\ (\cos\theta+i\sin\theta)^{-4}$$

$$=(\cos\theta+i\sin\theta)^4$$

$$=\cos 4\theta+i\sin 4\theta$$

5 جد بابسط صورة $(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12})^{-3}$

Sol:

$$(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12})^{-3}$$

$$=(\cos\frac{-21\pi}{12}+i\sin\frac{-21\pi}{12})$$

$$=(\cos\frac{21\pi}{12}-i\sin\frac{21\pi}{12})$$

$$=(\cos\frac{7\pi}{4}-i\sin\frac{7\pi}{4})$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$$

2015 دور (1) خارج

2017 دور (2) احيائي - خارج

6 هل ان $\frac{(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)^5}{(\cos 4\theta+i\sin 4\theta)^2}-(\cos\theta+i\sin\theta)^2=0$ اثبت ذلك

2016 دور (2) خارج

Sol:

$$=\frac{(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)^5}{(\cos 4\theta+i\sin 4\theta)^2}-(\cos\theta+i\sin\theta)^2$$

$$=\frac{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^2\right]^5}{\left[(\cos\theta+i\sin\theta)^4\right]^2}-(\cos\theta+i\sin\theta)^2$$

$$=\frac{(\cos\theta+i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta+i\sin\theta)^8}-(\cos\theta+i\sin\theta)^2$$

$$(\cos\theta+i\sin\theta)^2-(\cos\theta+i\sin\theta)^2$$

$$=0$$

7 اثبت ان

$$\left[\frac{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^4}{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^2}\right](\cos\theta - i\sin\theta)^2 = 1$$

2017 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol:

$$\left[\frac{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^4}{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^2}\right](\cos\theta - i\sin\theta)^2$$

$$= \left[\frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^{12}}{(\cos\theta + i\sin\theta)^{10}}\right](\cos\theta + i\sin\theta)^{-2}$$

$$= (\cos\theta + i\sin\theta)^2(\cos\theta + i\sin\theta)^{-2}$$

$$= (\cos\theta + i\sin\theta)^0$$

$$= 1$$

8 باستخدام مبرهنة ديموافر بسط ماياتي

$$\frac{(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^5}{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^2}$$

2017 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

$$\frac{(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^5}{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^2}$$

$$= \frac{\left[(\cos\theta + i\sin\theta)^2\right]^5}{\left[(\cos\theta + i\sin\theta)^3\right]^2}$$

$$= \frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta + i\sin\theta)^6}$$

$$= (\cos\theta + i\sin\theta)^4$$

$$= \cos 4\theta + i\sin 4\theta$$

9 بسط المقدار

$$\frac{(\cos 2\theta - i\sin 2\theta)^{-5}}{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^2} + 1$$

2017 دور (2) احيائي - موصل

Sol:

$$\frac{\left[(\cos\theta + i\sin\theta)^{-2}\right]^{-5}}{\left[(\cos\theta + i\sin\theta)^5\right]^2} + 1$$

$$\frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta + i\sin\theta)^{10}} + 1$$

$$= 1 + 1 = 2$$

10 احسب:

$$\frac{(\cos 2\theta + i\sin\theta)^6}{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^2}$$

2017 دور (1) احيائي - موصل

Sol:

$$\frac{\left[(\cos\theta + i\sin\theta)^2\right]^6}{\left[(\cos\theta + i\sin\theta)^5\right]^2}$$

$$\frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^{12}}{(\cos\theta + i\sin\theta)^{10}} = (\cos\theta + i\sin\theta)^2$$

$$= \cos 2\theta + i\sin 2\theta$$

ضع في ابسط صورة

$$(\cos\theta - i\sin\theta)^4 \frac{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^2}{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^2}$$

11

2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

$$(\cos\theta - i\sin\theta)^4 \frac{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)^2}{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^2}$$

$$= \left[(\cos\theta + i\sin\theta)^{-1}\right]^4 \frac{\left[(\cos\theta + i\sin\theta)^5\right]^2}{\left[(\cos\theta + i\sin\theta)^3\right]^2}$$

$$= (\cos\theta + i\sin\theta)^{-4} \frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^{10}}{(\cos\theta + i\sin\theta)^6}$$

$$= \frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^6}{(\cos\theta + i\sin\theta)^6}$$

$$= 1$$

احسب: $(\cos\frac{3\pi}{8} + i\sin\frac{3\pi}{8})^{-4}$

12

2018 دور (2) احيائي - داخل

Sol:

$$(\cos\frac{3\pi}{8} + i\sin\frac{3\pi}{8})^{-4}$$

$$= (\cos\frac{-12\pi}{8} + i\sin\frac{-12\pi}{8})$$

$$= (\cos\frac{3\pi}{2} - i\sin\frac{3\pi}{2})$$

$$= 0 + i$$

$$= i$$

2017 دور (2) احيائي - داخل

اثبت ان $\frac{(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^3}{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)}(\cos\theta - i\sin\theta) = 1$

13

2018 دور (3) احيائي - داخل

Sol:

$$\frac{(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^3}{(\cos 5\theta + i\sin 5\theta)}(\cos\theta - i\sin\theta)$$

$$= \frac{(\cos\theta + i\sin\theta)^6}{(\cos\theta + i\sin\theta)^5}.(\cos\theta + i\sin\theta)^{-1}$$

$$(\cos\theta + i\sin\theta).(\cos\theta + i\sin\theta)^{-1}$$

$$= 1$$

مبرهنة ديموافر (الجزء الثاني)

1 جد باستخدام مبرهنة ديموافر $(1+i)^{11}$

2011 دور (2) — 2019 تمهيدي تطبيقي — 2020 تمهيدي احيائي

Sol:

$$z=1+i \Rightarrow r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$=\sqrt{(1)^2+(1)^2}=\sqrt{2}$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\theta=\frac{\pi}{4}$ زاوية الاسناد تقع بالربع الاول

$$z=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$$

$$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$z^{11}=(\sqrt{2})^{11}\left[(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})\right]^{11}$$

$$z^{11}=\left[(\sqrt{2})^{11}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})^{11}\right]$$

$$=32\sqrt{2}(\cos\frac{11\pi}{4}+i\sin\frac{11\pi}{4})$$

$$=32\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4})$$

$$=32\sqrt{2}(\frac{-1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$=32(-1+i)$$

$$=-32+32i$$

2 باستخدام مبرهنة ديموافر احسب قيمة $(1-i)^7$

2012 دور (1) — 2013 تمهيدي — 2015 دور (1) خارج القطر — 2017 دور (2) تطبيقي - خارج — 2020 دور(1) تطبيقي

Sol:

$$z=1-i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(1)^2+(1)^2}=\sqrt{2}$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$\frac{\pi}{4}$ زاوية الاسناد

$\theta=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$ بالربع الرابع

$$z=\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$$

$$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$z^7=(\sqrt{2})^7\left[(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})\right]^7$$

$$=\left[(\sqrt{2})^7(\cos\frac{49\pi}{4}+i\sin\frac{49\pi}{4})\right]$$

$$=8\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$$

$$=8\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$=8+8i$$

3 باستخدام مبرهنة ديموافر جد $(\sqrt{3}+i)^{-9}$

2014 دور (2)

Sol :

$$z=\sqrt{3}+i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(1)^2}$$

$$=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta=\frac{\pi}{6}$$ لان السعة تقع بالربع الاول

$$z=2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$$

$$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$z^{-9}=(2)^{-9}\left[(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})^{-9}\right]$$

$$=(2)^{-9}(\cos\frac{-9\pi}{6}+i\sin\frac{-9\pi}{6})$$

$$=\frac{1}{512}(\cos\frac{3\pi}{2}-i\sin\frac{3\pi}{2})$$

$$=\frac{1}{512}(0+i)$$

$$=\frac{1}{512}i$$

4 باستخدام مبرهنة ديموافر جد $(-\sqrt{3}+i)^5$

2018 دور (1) تطبيقي - داخل

Sol :

$$z=-\sqrt{3}+i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-\sqrt{3})^2+(1)}$$

$$=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{2}$$

$\frac{\pi}{6}$ زاوية الاسناد

$$\theta=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$$ بالربع الثاني

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$z=2(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$$

$$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$z^5=(2)^5\left[(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})\right]^5$$

$$=(2)^5(\cos\frac{25\pi}{6}+i\sin\frac{25\pi}{6})$$

$$=32(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$$

$$=32(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)$$

$$=16\sqrt{3}+16i$$

5 باستخدام مبرهنة ديموافر احسب $(-1-\sqrt{-1})^{-3}$

2018 دور (1) احيائي - خارج

Sol :

$z=-1-\sqrt{-1} \Rightarrow z=-1-i$

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}$

$=\sqrt{2}$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{4}$

$\theta=\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$ بالربع الثالث

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

$z=\sqrt{2}(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})$

$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$

$z^{-3}=(\sqrt{2})^{-3}\left[(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})\right]^{-3}$

$=(\sqrt{2})^{-3}(\cos\frac{-15\pi}{4}+i\sin\frac{-15\pi}{4})$

$=\frac{1}{2\sqrt{2}}(\cos\frac{7\pi}{4}-i\sin\frac{7\pi}{4})$

$=\frac{1}{2\sqrt{2}}(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$

6 باستخدام مبرهنة ديموافر جد $\frac{1}{(1-\sqrt{3}i)^4}$

2018 دور (2) تطبيقي - داخل

$(1-\sqrt{3}i)^{-4}$ نرفع القوس الى البسيط

$z=1-\sqrt{3}i$

$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$r=\sqrt{1+3}$

$r=\sqrt{4}=2$

$\cos\theta = \frac{x}{r}=\frac{1}{2}$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2}$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$

$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}$

$\theta=5\frac{\pi}{3}$

بالربع الرابع

$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$

$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$

$z^{-4}=(2)^{-4}(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})^{-4}$

$z^{-4}=\frac{1}{16}(\cos\frac{-20\pi}{3}+i\sin\frac{-20\pi}{3})$

$z^{-4}=\frac{1}{16}(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)$

$z^{-4}=\frac{-1}{32}-\frac{\sqrt{3}}{32}i$

7 جد باستخدام مبرهنة ديموافر $(1+i)^{-5}$

2018 تمهيدي/احيائي

Sol :

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Big] \theta=\frac{\pi}{4}$$

$$Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$Z=\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$$

$$Z^{-5}=\left(\sqrt{2}\right)^{-5}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})^{-5}$$

$$=\frac{1}{4\sqrt{2}}(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})$$

$$=\frac{1}{4\sqrt{2}}(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$=\frac{-1}{8}+\frac{1}{8}i$$

8 باستخدام مبرهنة ديموافر جد $(2\sqrt{3}-2i)^{-2}$

2019 دور(1)احيائي

Sol:

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2)^2}=\sqrt{16}=4$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2} \quad \Big] \frac{\pi}{6}$$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{11\pi-\pi}{6}=\frac{11\pi}{6}$$

$$n=-2 \ , \ \theta=\frac{11\pi}{6} \ , \ r=4$$

2020 دور(1) تطبيقي

$$Z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$Z^{-2}=(4)^{-2}(\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6})^{-2}$$

$$=\frac{1}{(4)^2}(\cos\frac{11\pi}{6}(-2)+i\sin\frac{11\pi}{6}(-2))$$

$$=\frac{1}{16}(\cos\frac{11\pi}{3}-i\sin\frac{11\pi}{3})$$

$$=\frac{1}{16}(\cos\frac{5\pi}{3}-i\sin\frac{5\pi}{3})$$

$$=\frac{1}{16}(\frac{1}{2}-(\frac{-\sqrt{3}}{2})i)$$

$$=\frac{1}{32}+\frac{\sqrt{3}}{32}i$$

نتيجة مبرهنة ديموافر

1 جد الجذور التربيعية للعدد المركب (8i)

2011 خارج القطر

Sol:

$\sqrt{8i} = x + yi$ بتربيع الطرفين

$8i = (x^2 - y^2) + 2xyi$

$x^2 - y^2 = 0 \dots\dots\dots (1)$

$[2xy = 8] \div 2x$

$y = \frac{4}{x} \dots\dots\dots\dots (2)$

نعوض (2) في (1)

$x^2 - (\frac{4}{x})^2 = 0$

$\left[x^2 - \frac{16}{x^2} = 0\right].x^2$

$x^4 - 16 = 0$

$(x^2 - 4)(x^2 + 4)$

either $x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4 \overset{\text{بالجذر}}{\Rightarrow} x = \pm 2$

or $x^2 + 4 = 0 \notin R$ يهمل

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{4}{2} = 2$

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{4}{-2} = -2$

$c_1 = (2 + 2i)$

$c_2 = (-2 - 2i)$

حل آخر باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

Sol:

$z = 0 + 8i$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(0)^2 + (8)^2} = \sqrt{64}$

$r = 8 \Rightarrow$ زاوية الاسناد $\frac{\pi}{2}$

$\theta = \frac{\pi}{2}$

$z = 8(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + \frac{i\sin\theta + 2k\pi}{n})$

if $k = 0$, $\frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} + 0}{2} = \frac{\pi}{4}$

$z_1 = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$

$= 2\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i) = 2 + 2i$

if $k = 1$, $\frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{2} = \frac{5\pi}{4}$

$z_2 = \sqrt{8}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4})$

$z_2 = 2\sqrt{2}(\frac{-1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i)$

$z_2 = -2 - 2i$

2 جد الجذور التربيعية للعدد المركب (-8i)

2013 تمهيدي

Sol:

$\sqrt{-8i} = x + yi$ بتربيع الطرفين

$-8i = (x^2 - y^2) + 2xyi$

$x^2 - y^2 = 0 \ldots\ldots$ (1)

$[2xy = -8] \div 2x$

$y = \frac{-4}{x} \ldots\ldots$ (2)

نعوض (2) في (1)

$x^2 - (\frac{-4}{x})^2 = 0$

$\left[x^2 - \frac{16}{x^2} = 0\right] . x^2$

$x^4 - 16 = 0$

$(x^2 - 4)(x^2 + 4)$

either $x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4$ بالجذر

$x = \mp 2$

or $x^2 + 4 = 0 \notin R$ يهمل

$x = 2 \Rightarrow y = \frac{-4}{2} = -2$

$x = -2 \Rightarrow y = \frac{-4}{-2} = 2$

$c_1 = 2 - 2i$

$c_2 = -2 + 2i$

حل آخر باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

Sol:

$z = 0 - 8i \Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r = \sqrt{(0)^2 + (-8)^2}$

$r = \sqrt{64} = 8$

$z = 8(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})$

$\theta = \frac{3\pi}{2}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n})$

if $k = 0, \frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{3\pi}{2}}{2} = \frac{3\pi}{4}$

$z_1 = \sqrt{8}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

$= 2\sqrt{2}(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i) = -2 + 2i$

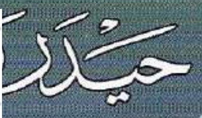
if $k = 1, \frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{2}$

$= \frac{3\pi + 4\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$

$z_2 = \sqrt{8}(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4})$

$= 2\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i)$

$= 2 - 2i$



3 جد الصيغة القطبية للجذور الخمسة للعدد المركب $(\sqrt{3}+i)^2$

2014 دور (1)

Sol:

$$z=\sqrt{3}+i \Rightarrow z=(\sqrt{3},1)$$
$$(x\,,y)$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$r=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(1)^2}=\sqrt{3+1}\Rightarrow$$

$$r=\sqrt{4}\Rightarrow r=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{2}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{6}$ الربع الاول $\theta=\frac{\pi}{6}$

$$z^n=r^n(\cos\theta+i\sin\theta)^n$$

$$z^2=(2)^2(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})^2$$

$$z^2=4(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$$

$$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta+i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$$

$$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n})$$

عندما $k=0\,,\ \dfrac{\frac{\pi}{3}+0}{5}=\dfrac{\pi}{15}$

$$z_1=\sqrt[5]{4}(\cos\frac{\pi}{15}+i\sin\frac{\pi}{15})$$

عندما $k=1\Rightarrow\dfrac{\frac{\pi}{3}+2\pi}{5}=\dfrac{\pi+6\pi}{5}=\dfrac{7\pi}{15}$

$$z_2=\sqrt[5]{4}(\cos\frac{7\pi}{15}+i\sin\frac{7\pi}{15})$$

عندما $k=2\Rightarrow\dfrac{\frac{\pi}{3}+4\pi}{5}=\dfrac{13\pi}{15}$

$$z_3=\sqrt[5]{4}(\cos\frac{13\pi}{15}+i\sin\frac{13\pi}{15})$$

$$k=3\Rightarrow\frac{\frac{\pi}{3}+6\pi}{5}=\frac{19\pi}{15}$$

$$z_4=\sqrt[5]{4}(\cos\frac{19\pi}{15}+i\sin\frac{19\pi}{15})$$

عندما $k=4\Rightarrow\dfrac{\frac{\pi}{3}+8\pi}{5}=\dfrac{25\pi}{15}$

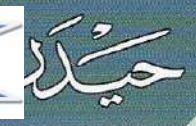
$$\Rightarrow\frac{5\pi}{3}$$

$$z_5=\sqrt[5]{4}(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})$$



تنويه

لانستخرج قيم cos , sin
لانه طلب صيغة قطبية



4 باستخدام مبرهنة ديموافر جد الجذور التربيعية للعدد المركب $-1+\sqrt{3}i$

2014 خارج القطر

Sol:

(x, y)

$-1+\sqrt{3}i \Rightarrow (-1,\sqrt{3})$

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-1)^2+(\sqrt{3})^2}$ الربع الثاني

$r=\sqrt{1+3}=\sqrt{4} \Rightarrow r=2$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-1}{2}$, $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ زاوية الاسناد $\frac{\pi}{3}$ الربع الثاني

2017 دور (3) احيائي — 2017 تطبيقي موصل

$\theta=\pi-\frac{\pi}{3} \Rightarrow \theta=\frac{2\pi}{3}$

$r=2, \theta=\frac{2\pi}{3}, n=2, k=0,1$

$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}[\cos\theta+i\sin\theta]^{\frac{1}{n}}$

$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$

عندما $k=0$, $\frac{\theta+2k\pi}{n}=\frac{\frac{2\pi}{3}+0}{2}$

$\Rightarrow \frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$

$z_1=2^{\frac{1}{2}}(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$

$z_1=\sqrt{2}(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i$

عندما $k=1$, $\frac{\theta+2k\pi}{n}=\frac{\frac{2\pi}{3}+2\pi}{2}=\frac{4\pi}{3}$

$z_2=\sqrt{2}(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3})$

$z_2=\sqrt{2}(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)=\frac{-1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}i$

5 جد الجذور التكعيبية للعدد المركب $125i$ باستخدام مبرهنة ديموافر

2015 دور (1) — 2017 تمهيدي/احيائي — 2017 دور (2) تطبيقي موصل

Sol:

$z=0+125i \Rightarrow (0,125)$

(x, y)

$r=\sqrt{x^2+y^2}$

$r=\sqrt{(0)^2+(125)^2} \Rightarrow r=125$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{0}{125}=0$, $\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{125}{125}=1$ $\Rightarrow \theta=\frac{\pi}{2}$

2019 دور (2) تطبيقي

$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta+i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$

$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$

2017 دور (1) خارج/احيائي

عندما $k=0$, $\frac{\frac{\pi}{2}+0}{3}=\frac{\pi}{6}$

$z_1=125^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$

$z_1=5(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i) \Rightarrow z_1=\frac{5\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i$

عندما $k=1$, $\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$

$z_2=5(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$

$z_2=5(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)$

$z_2=\frac{-5\sqrt{3}}{2}+\frac{5}{2}i$

> جد مجموعة حل المعادلة في مجموعة الاعداد المركبة باستخدام ديموافر $x^3-8i=0$ نفس الطريقة السابقة للحل

عندما $k=2$, $\frac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3}=\frac{9\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}$

$z_3=5(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2})$

$z_3=5(0-i)$

$z_3=-5i$



6 باستخدام مبرهنة ديموافر جد الجذور التكعيبية للعدد المركب $(8i)$

2015 دور (1) نازحين
2016 دور (1)

Sol:

$z = 0 + 8i \rightarrow (0,8)$
(x,y)

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$r = \sqrt{(0)^2 + (8)^2} = \sqrt{0+64} \Rightarrow r = 8$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{0}{8} = 0$

$\text{sinx}\theta = \frac{y}{r} = \frac{8}{8} = 1$ $\quad \theta = \frac{\pi}{2}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}(\cos\theta + i\sin\theta)^{\frac{1}{n}}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right]$

عندما $k = 0 \ , \theta = \frac{\frac{\pi}{2} + 0}{3} = \frac{\pi}{6}$

$z_1 = 8^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

$z_1 = 2(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$

$z_1 = (\sqrt{3} + i)$

عندما $k = 1 \ , \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3} = \frac{\pi + 4\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$

$z_2 = 8^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$

$z_2 = 2(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$

$z_2 = (-\sqrt{3} + i)$

عندما $k = 2 \ , \frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3} = \frac{\pi + 8\pi}{6}$

$\Rightarrow \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$

$z_3 = 8^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})$

$z_3 = 2(0 - i)$

$z_3 = -2i$

7 جد الجذور التكعيبية للعدد المركب $(1+i)^2$ على وفق مبرهنة ديموافر

2015 دور (2) خارج
2019 تمهيدي احيائي

Sol:

$z = 1 + i \Rightarrow z(1 \ , \ 1)$ الربع الاول
$(x \ , \ y)$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2}$

$\Rightarrow r = \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = \frac{\pi}{4}$

$z^n = r^n[\cos\theta + i\sin\theta]^n$

$z^2 = (\sqrt{2})^2\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]^2$

$z^2 = 2(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

$(z^2)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right]^{\frac{1}{3}}$

$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right]$

عندما $k = 0 \ , \frac{\frac{\pi}{2} + 0}{3} = \frac{\pi}{6}$

$z_1 = \sqrt[3]{2}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$

$z_1 = \sqrt[3]{2}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i) \Rightarrow z_1 = \frac{\sqrt[3]{2}\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt[3]{2}}{2}i$

عندما $k = 1 \ , \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$

$z_2 = \sqrt[3]{2}(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$

$z_2 = \sqrt[3]{2}(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$

$z_1 = \frac{-\sqrt[3]{2}\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt[3]{2}}{2}i$

عندما $k = 2 \ , \frac{\frac{\pi}{2} + 4\pi}{3} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$

$z_3 = \sqrt[3]{2}(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})$

$z_3 = \sqrt[3]{2}(0 - i) \Rightarrow z_3 = 0 - \sqrt[3]{2}i$

8 حل المعادلة $x^3 + i = 0$ باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

2017 دور (2) تطبيقي - خارج

Sol :

$$x^3 + i = 0 \Rightarrow x^3 = 0 - i$$

$$r = \sqrt{(0)^2 + (-1)^2} \Rightarrow r = 1$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\sin\theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\theta = \frac{3\pi}{2}$$

$$x^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right]$$

عندما $k = 0 \ , \ \frac{\frac{3\pi}{2} + 0}{3} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

$$x_1 = (1)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$$

$$x_1 = 1\ (0 + i) \Rightarrow z = i$$

عندما $k = 1 \ , \ \frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6}$

$$x_2 = (1)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6})$$

$$x_2 = 1\ (-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)$$

$$x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

عندما $k = 2 \ , \ \frac{\frac{3\pi}{2} + 4\pi}{3} = \frac{11\pi}{6}$

$$x_3 = (1)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6})$$

$$x_3 = 1\ (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)$$

$$x_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

9 احسب الجذور التكعيبية للعدد المركب (-125)

2017 دور (3) تطبيقي - داخل

Sol :

$$z = -125 + 0i \Rightarrow (-125, 0)$$
$$(x\ ,\ y)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r = \sqrt{(-125)^2 + (0)^2} \Rightarrow r = 125$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-125}{125} = -1$$

$$\sin\theta = \frac{x}{r} = \frac{0}{125} = 0$$

$$\theta = \pi$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right]$$

عندما $k = 0 \ , \frac{\pi + 0}{3} = \frac{\pi}{3}$

$$z_1 = (125)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$$

$$z_1 = 5\ (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i) \Rightarrow z_1 = \frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$$

عندما $k = 1 \ , \frac{\pi + 2\pi}{3} = \pi$

$$z_2 = (125)^{\frac{1}{3}}(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$z_2 = 5\ (-1 + 0i) \Rightarrow z_2 = -5$$

عندما $k = 2 \ , \frac{\pi + 4\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

$$z_3 = (125)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})$$

$$z_3 = 5\ (\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i)$$

$$z_3 = \frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i$$



10 باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر حل المعادلة التالية $Z^4+16=0$

2018 دور (1) احيائي - داخل

Sol:

$$z^4=-16+0i \Rightarrow (-16,0)$$
$$(x\ ,\ y)$$
$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-16)^2+(0)^2}$$
$$r=\sqrt{256} \Rightarrow r=16$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-16}{16}=-1$$
$$\sin\theta=\frac{x}{r}=\frac{0}{16}=0$$

لانطبق قانون الارباع لان π تقع على الحدود بين الربعين الثاني والثالث

$$\theta=\pi$$
$$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$$

عندما $k=0\ ,\ \frac{\pi+0}{4}=\frac{\pi}{4}$

$$z_1=(16)^{\frac{1}{4}}(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$$
$$z_1=2(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i) \Rightarrow z_1=\sqrt{2}+\sqrt{2}i$$

عندما $k=1\ ,\ \frac{\pi+2\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$

$$z_2=2(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4})$$
$$z_2=2(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i) \Rightarrow z_2=-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$$

عندما $k=2\ ,\ \frac{\pi+4\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}$

$$z_3=2(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4})$$
$$z_3=2(-\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i) \Rightarrow z_3=-\sqrt{2}-\sqrt{2}i$$

عندما $k=3\ ,\ \frac{\pi+6\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$

$$z_4=2(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$$
$$z_4=2(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i) \Rightarrow z_4=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$$

11 حل المعادلة $Z^3-64i=0$ باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر

2018 دور (1) تطبيقي - خارج

Sol:

$$z^3=0+64i \Rightarrow (0,64)$$
$$(x\ ,\ y)$$
$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$
$$r=\sqrt{(0)^2+(-64)^2} \Rightarrow r=64$$
$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{0}{64}=0$$
$$\sin\theta=\frac{x}{r}=\frac{64}{64}=1$$
$$\theta=\frac{\pi}{2}$$
$$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$$

عندما $k=0\ ,\ \frac{\frac{\pi}{2}+0}{3}=\frac{\pi}{6}$

$$z_1=(64)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$$
$$z_1=4\ (\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i) \Rightarrow z_1=2\sqrt{3}+2i$$

عندما $k=1\ ,\ \frac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$

$$z_2=(64)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$$
$$z_2=4\ (\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)$$
$$z_2=-2\sqrt{3}+2i$$

عندما $k=2\ ,\ \frac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3}=\frac{9\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}$

$$z_3=(64)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2})$$
$$z_3=4(0-i)$$
$$z_3=0-4i$$



12

جد الجذور التربيعية للعدد $(3\sqrt{3}-3i)$ بطريقة مبرهنة ديموافر

2018 دور (2) احيائي - خارج

Sol:

$$z = 3\sqrt{3} - 3i$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{27+9}$$

$$r = \sqrt{36}$$

$$r = 6$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\theta = \frac{x}{r} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$$

زاوية الاسناد $\frac{\pi}{6}$ بالربع الرابع

$$\theta = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$$

عندما $k = 0$, $\dfrac{\frac{11\pi}{6}+0}{2} = \dfrac{11\pi}{12}$

$$z_1 = \sqrt{6}(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12})$$

عندما $k = 1$, $\dfrac{\frac{11\pi}{6}+2\pi}{2} = \dfrac{23\pi}{12}$

$$z_2 = \sqrt{6}(\cos\frac{23\pi}{12} + i\sin\frac{23\pi}{12})$$

13

جد حل المعادلة التالية باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر $\frac{x^3}{3} - 9i = 0$

2018 دور (3) تطبيقي - داخل

2019 دور (1) تطبيقي

Sol:

$$\left[\frac{x^3}{3} - 9i = 0\right] . 3$$

$$x^3 - 27i = 0 \Rightarrow x^3 = 0 + 27i$$

$$r = \sqrt{(0)^2 + (27)^2} \Rightarrow r = 27$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{0}{27} = 0$$

$$\sin\theta = \frac{x}{r} = \frac{27}{27} = 1$$

$\frac{\pi}{2}$

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$x^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]$$

عندما $k = 0$, $\dfrac{\frac{\pi}{2}+0}{3} = \dfrac{\pi}{6}$

$$x_1 = (27)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6})$$

$$x_1 = 3(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i) = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

عندما $k = 1$, $\dfrac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{6}$

$$x_2 = (27)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6})$$

$$x_2 = 3(\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$$

$$x_2 = \frac{-3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$$

$\frac{x^3}{i} - 27 = 0$ نفس الحل

عندما $k = 2$, $\dfrac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3} = \dfrac{9\pi}{6} = \dfrac{3\pi}{2}$

$$x_3 = (27)^{\frac{1}{3}}(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2})$$

$$x_3 = 3(0 - i) \Rightarrow x_3 = -3i$$

14 باستخدام نتيجة ديموافر جد الجذور التكعيبية للعدد 27i

2019 دور (1) تطبيقي

$(0,27i)$

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(0)^2+(27)^2}=27$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{0}{27}=0$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{27}{27}=1$ $\Big]\frac{\pi}{2}$

$\theta=\frac{\pi}{2}$, $n=3$, $r=27$, $k=0,1,2$

$Z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\theta+2\pi k}{n}\right]$

$k=0$, $\frac{\theta+2\pi(0)}{n}=\frac{\frac{\pi}{2}+0}{3}=\frac{\pi}{6}$

$Z_1=27^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right]$

$=3(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$

$k=1$, $\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3}=\frac{\frac{\pi+4\pi}{2}}{3}=\frac{5\pi}{6}$

$Z_2=3\left[\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right]$

$Z_2=3\left[\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right]=\frac{-3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$

$k=2$, $\frac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3}=\frac{\frac{\pi+8\pi}{2}}{3}=\frac{9\pi}{6}=\frac{3\pi}{2}$

$Z_3=1\left[\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right]$

$=3(0-i)$

$=-3i$

15 باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر حل المعادلة $x^3+1=0$ حيث $x\in\mathbb{C}$

2019 دور (3) احيائي

Sol:

$x^3=-1$ $\quad x=(-1)^{\frac{1}{3}}$, $(-1,0)$

$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(-1)^2+0^2}=1$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-1}{1}=-1$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{0}{1}=0$ $\Big]\pi$

$\theta=\pi$, $n=3$, $r=1$, $k=0,1,2$

$Z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\theta+2\pi k}{n}\right]$

عندما $k=0$, $\frac{\theta+2\pi(0)}{n}=\frac{\pi+0}{3}=\frac{\pi}{3}$

$Z_1=(1)^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right]$

$Z_1=1\left[\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right]$

عندما $k=1$, $\frac{\pi+2\pi}{3}=\frac{3\pi}{3}=\pi$

$Z_2=1[\cos\pi+i\sin\pi]$

$=-1+0i$

عندما $k=2$, $\frac{\pi+4\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$

$Z_3=1\left[\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right]$

$=\left[\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right]$

16 جد الجذور التربيعية للعدد المركب $(1-\sqrt{-3})$ باستخدام نتيجة ديموافر

2019 دور (3) احيائي

Sol :

$(1-\sqrt{3}i)$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(1)^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{1}{2} \quad \sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-\sqrt{3}}{2} \quad \Big] \frac{\pi}{3}$$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{6\pi-\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$$

$$\theta=\frac{5\pi}{3}\ ,\ n=2\ ,\ r=2\ ,\ k=0,1$$

$$Z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\theta+2\pi k}{n}\right]$$

عندما $k=0\ ,\ \frac{\theta+2\pi(0)}{n}=\frac{\frac{5\pi}{3}+0}{3}=\frac{5\pi}{6}$

$$Z_1=(2)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right]$$

$$=\sqrt{2}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)$$

$$=\boxed{\frac{-\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i}$$

عندما $k=1\ ,\ \frac{\frac{5\pi}{3}+2\pi(1)}{3}=\frac{\frac{5\pi+6\pi}{3}}{2}=\frac{11\pi}{6}$

$$Z_2=\sqrt{2}\left[\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}\right]$$

$$=\sqrt{2}\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right]$$

$$=\boxed{\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i}$$

17 احسب باستخدام مبرهنة ديموافر $(\sqrt{3}+i)^{\frac{-3}{2}}$

2017 دور (1) احيائي - داخل

Sol :

$$(\sqrt{3}+i)^{\frac{-3}{2}}=\left[(\sqrt{3}+i)^{-3}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$(\sqrt{3}+i)^{-3}$ المبرهنة

$$z=\sqrt{3}+i\Rightarrow(\sqrt{3},1)$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$r=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}$$

$$r=2$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{2} \quad \Big] \frac{\pi}{6}=$$ زاوية الاسناد

$$\theta=\frac{\pi}{6}$$

$$z^n=r^n\left[\cos\theta+i\sin\theta\right]^n$$

$$z^{-3}=(2)^{-3}\left[\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right]^{-3}$$

$$z^{-3}=\frac{1}{8}\left[\cos\frac{\pi}{2}-i\sin\frac{\pi}{2}\right]$$

نرفع الناتج الى الاس $\frac{1}{2}$ ونحل نتيجة

$$(z^{-3})^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{\pi}{2}-i\sin\frac{\pi}{2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$r=\frac{1}{8}\ ,\ \theta=\frac{\pi}{2}\ ,\ n=2\ ,\ k=0\ ,\ 1$$

عندما $k=0\ ,\ \frac{\theta+2k\pi}{n}=\frac{\frac{\pi}{2}}{2}=\frac{\pi}{4}$

$$z_1=\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4}\right]$$

$$z_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i)$$

$$z_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$$

عندما $k = 1 , \frac{\theta + 2k\pi}{n} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi}{2}$

$$= \frac{5\pi}{4}$$

$$z_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\cos\frac{5\pi}{4} - i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$$

اشارة الربع الثالث

$$z_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}} - (\frac{-1}{\sqrt{2}})\right)$$

الاشارة الاصلية

$$z_2 = \frac{-1}{4} + \frac{1}{4}i$$

جد قيمة $\left(\frac{1}{1+\omega}-\frac{1}{1+\omega^2}\right)^2$

2000 دور(1)

$$\left[\frac{(1+\omega^2)-(1+\omega)}{(1+\omega)(1+\omega^2)}\right]^2=\left[\frac{1+\omega^2-1-\omega}{1+\omega^2+\omega+\omega^3}\right]^2$$

قانون

$$\left[\frac{\omega^2-\omega}{1-1+1}\right]^2=(\omega^2-\omega)^2$$

$$=\omega^4-2\omega^3+\omega=\omega+\omega^2-2$$

$$=-2-1=-3$$

جد قيمة $(2+3\omega^2+\omega)^2$

2000 دور(2)

$$=[2+3(-1-\omega)+\omega]^2$$

$$=[2-3-3\omega+\omega]=(-1-2\omega)^2$$

$$=1+4\omega+4\omega^2=1+4(\omega+\omega^2)$$

$$=1-4=-3$$

جد قيمة $(3-2\omega)^2+(3-2\omega^2)^2$

2001 دور(1)

$$=9-12\omega+4\omega^2+9-12\omega^2+4\omega^2$$

$$=18-12(\omega+\omega^2)+4(\omega^2+\omega)$$

$$=18+12-4=26$$

اذا علمت ان $y=2-\sqrt{3}i\ ,\ x=2+\sqrt{3}i$

جد قيمة المقدار $\omega^2x^2+\omega y^2$

1999 دور(2)

$$=\omega^2(2+\sqrt{3}i)^2+\omega^2(2-\sqrt{3}i)^2$$

$$=\omega^2(4+4\sqrt{3}i-3)+\omega(4-4\sqrt{3}i-3)$$

$$=\omega^2(1+4\sqrt{3}i)+\omega(1-4\sqrt{3}i)$$

$$=\omega^2+4\sqrt{3}i\omega^2+\omega-4\sqrt{3}i\omega$$

$$=-1+4\sqrt{3}i\omega^2-4\sqrt{3}i\omega$$

$$=-1+4\sqrt{3}i(\omega^2-\omega)\ *$$

$$=-1+4\sqrt{3}i\ (\mp\sqrt{3}i)$$

أما $=-1+4\sqrt{3}i(\sqrt{3}i)$

$$=-1+12i^2=-13$$

أو $=-1+4\sqrt{3}i(-\sqrt{3}i)$

$$=-1-12i^2=11$$

توضيح

$$*\ (\omega^2-\omega)=-1-\omega-\omega$$

$$=-1-2\omega$$

$$=-1-2\left(\frac{-1}{2}\mp\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$=-1+1\mp\sqrt{3}i$$

$$=\mp\sqrt{3}i$$

جد قيمة
$(-1+3\omega-\omega^2)(2+3\omega^2+2\omega)$

2002 دور(2)

$$=\left[-1+3(-1+\omega^2)-\omega^2\right]\left[2+3(-1-\omega)+2\omega\right]$$
$$=\left[-1-3-3\omega^2-\omega^2\right]\left[2-3-3\omega+2\omega\right]$$
$$=\left[-4-4\omega^2\right]\left[-1-\omega\right]$$
$$=\left(-4(1+\omega^2)\right)(\omega^2)$$
$$=4\omega.\omega^2=4\omega^3=4$$

جد قيمة المقدار
$\frac{1}{3+5\omega+4\omega^2}+\frac{1}{3+4\omega+5\omega^2}$

2003 دور(2)

$$=\frac{1}{3+5\omega+4(-1-\omega)}+\frac{1}{3+4\omega+5(-1-\omega)}$$
$$=\frac{1}{3+5\omega-4-4\omega}+\frac{1}{3+4\omega-5-5\omega}$$
$$=\frac{1}{-1+\omega}+\frac{1}{-2-\omega}$$
$$=\frac{(-2-\omega)+(-1+\omega)}{(-1+\omega)(-2-\omega)}$$
$$=\frac{-3}{2+\omega-2\omega-\omega^2}$$
$$=\frac{-3}{2+\omega-\omega^2}=\frac{-3}{2+1}=-1$$



جد قيمة المقدار $(2+\omega^2)^2+(2+\omega)^2$

2004 دور(2)

$$=4+4\omega^2+\omega^4+4+4\omega+\omega^2$$
$$=8+5\omega^2+5\omega$$
$$=8+5(\omega^2+\omega)=8-5=3$$

جد قيمة $(1-\frac{1}{\omega}+\omega)(1-\frac{1}{\omega^2}+\omega^2)$

2007 دور(1)

$$=(1-\frac{\omega^3}{\omega}+\omega)(1-\frac{\omega^3}{\omega^2}+\omega^2)$$
$$=(1-\omega^2+\omega)(1-\omega+\omega^2)$$
$$=(-\omega^2-\omega^2)(-\omega-\omega)$$
$$=(-2\omega^2)(-2\omega)=4\omega^3=4$$

جد قيمة المقدار
$\omega(1+i)^4-(5+3\omega+5\omega^2)^2$

2009 دور(1)

$$=\omega\left[(1+i)^2\right]^2-\left[5+3\omega+5(-1-\omega)\right]^2$$
$$=\omega(\cancel{1}+2i-\cancel{1})^2-\left[\cancel{5}+3\omega-\cancel{5}-5\omega\right]^2$$
$$=\omega(2i)^2-\left[-2\omega\right]^2=4i^2\omega-4\omega^2$$
$$=-4\omega-4\omega^2=-4(\omega+\omega^2)=4$$

جد قيمة المقدار

$$(2\omega+\frac{3}{\omega}+2)^2(5+\frac{2}{\omega^2}+5\omega^2)^2$$

2009 دور (2)

$$=(2\omega+\frac{3\omega^3}{\omega}+2)^2(5+\frac{2\omega^3}{\omega^2}+5\omega^2)^2$$

$$=\left[2(\omega+1)+3\omega^2\right]^2\left[5(1+\omega^2)+2\omega\right]^2$$

$$=\left[-2\omega^2+3\omega^2\right]^2\left[-5\omega+2\omega\right]^2$$

$$=(\omega^2)^2(-3\omega)^2=(\omega)^4(9\omega^2)$$

$$=9\omega^6=9$$

جد قيمة

$$(\frac{\sqrt{2}}{\omega}+3\sqrt{2}\omega+\sqrt{2})^2(\frac{1}{\omega}+4\omega+1)$$

$$=\left[\frac{\sqrt{2}\omega^3}{\omega}+3\sqrt{2}\omega+\sqrt{2}\right]^2\left[\frac{\omega^3}{\omega}+4\omega+1\right]$$

$$=\left[\sqrt{2}\omega^2+3\sqrt{2}\omega+\sqrt{2}\right]^2\left[\omega^2+4\omega+1\right]$$

$$=\left[\sqrt{2}(\omega^2+1)+3\sqrt{2}\omega\right]^2\left[-\omega+4\omega\right]$$

$$=\left[-\sqrt{2}\omega+3\sqrt{2}\omega\right]^2\left[3\omega\right]$$

$$=\left[2\sqrt{2}\omega\right]^2\left[3\omega\right]$$

2010 دور (1)

2017 دور (2) تطبيقي

$$=(8\omega^2)(3\omega)$$

$$=24\omega^3=24$$

جد قيمة المقدار

$$(\frac{1}{2+\omega}-\frac{1}{2+\omega^2})^2$$

2011 دور (1)

2013 دور (2)

$$=\left[\frac{(2+\omega^2)-(2+\omega)}{(2+\omega)(2+\omega^2)}\right]^2$$

$$=\left[\frac{2+\omega^2-2-\omega}{4+2\omega^2+2\omega+\omega^3}\right]^2$$

$$=\left[\frac{\omega^2-\omega}{4+2(\omega^2+\omega)+1}\right]^2$$

$$=\left[\frac{\omega^2-\omega}{4-2+1}\right]^2=\frac{(\omega^2-\omega)^2}{(3)^2}$$

$$=\frac{\omega^4-2\omega^3+\omega}{9}=\frac{\omega-2+\omega^2}{9}$$

$$=\frac{-1-2}{9}=\frac{-1}{3}$$



جد ناتج $(3\omega^{12n}+\frac{5}{\omega^{8}}+\frac{4}{\omega^{10}})^{6}$

2015 دور(3)

$$=\left[3(\omega^{12})^{n}+\frac{5\omega^{3}}{\omega^{2}}+\frac{4\omega^{3}}{\omega}\right]^{6}$$

$$=\left[3(1)^{n}+5\omega+4\omega^{2}\right]^{6}$$

$$=[3+5\omega+4(-1-\omega)]^{6}$$

$$=[3+5\omega-4-4\omega]^{6}$$

$$=[-1-\omega]=\left[(-1+\omega)^{2}\right]^{3}$$

$$=\left[1-2\omega+\omega^{2}\right]^{3}=[-\omega-2\omega]^{3}$$

$$=[-3\omega]^{3}=-27\omega^{3}=-27$$

اذا كانت $Z^{2}+Z+1=0$

جد قيمة $\frac{1+3Z^{10}+3Z^{11}}{1-3Z^{7}-3Z^{8}}$

2018 تمهيدي تطبيقي

$$Z^{2}+Z+1=0\Rightarrow Z=\frac{-b\mp\sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$$

$$Z=\frac{-1\mp\sqrt{1-4(1)(1)}}{2(1)}=\frac{-1\mp\sqrt{-3}}{2}$$

$$=\frac{-1\mp\sqrt{3}i}{2}=\frac{-1}{2}\mp\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

قيمتا الـ $\omega^{2}\ ,\ \omega$

اذا كانت $Z=\omega$ الاحتمال الاول

$$=\frac{1+3\omega^{10}+3\omega^{11}}{1-3\omega^{7}-3\omega^{8}}=\frac{1+3\omega+3\omega^{2}}{1-3\omega-3\omega^{2}}$$

$$=\frac{1+3(\omega+\omega^{2})}{1-3(\omega+\omega^{2})}=\frac{1-3}{1+3}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$

اذا كانت $Z=\omega^{2}$ الاحتمال الثاني

$$=\frac{1+3\omega^{20}+3\omega^{22}}{1-3\omega^{14}-3\omega^{16}}$$

$$=\frac{1+3\omega^{2}+3\omega}{1-3\omega^{2}-3\omega}=\frac{1+3(\omega^{2}+\omega)}{1-3(\omega^{2}+\omega)}$$

$$=\frac{1-3}{1+3}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}$$

برهن ان $3(\omega^{14}+\omega^{7}-1)=2(\omega^{10}+\omega^{5}-2)$

1997 دور(1)

الطرف الايسر $=3(\omega^{2}+\omega-1)=3(-1-1)$

$=3(-2)=-6$

الطرف الايمن $=2(\omega+\omega^{2}-2)$

$=2(-1-2)=2(-3)=-6$

$\therefore$ الطرف الايمن = الطرف الايسر

اثبت ان

$$\left(\frac{1}{1+i}-\frac{1}{1-i}\right)^{100}=\frac{-1}{8}\left(1-\frac{1}{\omega^2}+\frac{1}{\omega}\right)^3$$

$$LHS=\left[\frac{1}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}-\frac{1}{1-i}.\frac{1+i}{1+i}\right]^{100}$$

$$=\left[\frac{1-i}{2}-\frac{1+i}{2}\right]^{100}=\left[\frac{(1-i)-(1+i)}{2}\right]^{100}$$

$$=\left[\frac{1-i-1-i}{2}\right]^{100}=\left[\frac{-2i}{2}\right]^{100}=(-1)^{100}=1$$

$$RHS=\frac{-1}{8}\left(1-\frac{\omega^3}{\omega^2}+\frac{\omega^3}{\omega}\right)^3$$

2014 تمهيدي

$$=\frac{-1}{8}(1-\omega+\omega^2)^3$$

$$=\frac{-1}{8}(-\omega-\omega)^3=\frac{-1}{8}(-2\omega)^3$$

$$=\frac{-1}{8}(-2)^3(\omega)^3=\frac{-1}{8}(-8)=1$$

اثبت ان

$$\left(1-\frac{2}{\omega^2}+\omega^2\right)\left(1+\omega-\frac{5}{\omega}\right)=18$$

$$=\left(1-\frac{2\omega^3}{\omega^2}+\omega^2\right)\left(1+\omega-\frac{5\omega^3}{\omega}\right)$$

$$=(1-2\omega+\omega)(1+\omega-5\omega^2)$$

$$=(-\omega-2\omega)(-\omega^2-5\omega^2)$$

$$=(-3\omega)(-6\omega^2)=18\omega^3=18$$

2017 دور(1) تطبيقي خارج

2014 دور(1)

اثبت ان $\left(\frac{5\omega^3 i-1}{5+i\omega}\right)^6=1$

2014 دور(2)

$$=\left[\frac{5\omega^2 i+\omega^3 i^2}{5+i\omega}\right]^6=\left[\frac{i\omega^2(5+i\omega)}{(5+i\omega)}\right]^6$$

$$=(i\omega^2)^6=i^6\omega^{12}=-1(1)=-1$$

اثبت ان

$$\left(5-\frac{5}{\omega^2+1}+\frac{3}{\omega^2}\right)=64$$

$$=\left[5-\frac{5\omega^3}{-\omega}+\frac{3\omega^3}{\omega^2}\right]^6$$

$$=\left[5+5\omega^2+3\omega\right]^6$$

2016 دور(1)

$$=\left[5-5\omega^2+3(-1-\omega^2)\right]^6$$

$$=\left[5-5\omega^2-3-3\omega^2\right]^6$$

$$=\left[2+2\omega^2\right]^6=\left[2(1+\omega^2)\right]^6$$

$$=\left[-2\omega\right]^6=64\omega^6=64$$

اثبت ان $\frac{(5+3\omega+3\omega^2)^2}{4}=1$

$$=\frac{\left[5+3(\omega+\omega^2)\right]^2}{4}=\frac{\left[5-3\right]^2}{4}$$

$$=\frac{4}{4}=1$$

2017 دور(1) موصل

اثبت ان

$$(\frac{1}{\omega}-\frac{1}{\omega^2})^2(2+\frac{2}{\omega})(\frac{-1}{1+\omega^2})=6$$

2017 دور(3)

$$=(\frac{\omega^3}{\omega}-\frac{\omega^3}{\omega^2})^2(2+\frac{2\omega^3}{\omega})(\frac{-1}{-\omega})$$

$$=(\omega^2-\omega)^2(2+2\omega^2)(\frac{\omega^3}{\omega})$$

$$=(\omega^4-2\omega^3+\omega^2)\left[2(1+\omega^3)\right](\omega^2)$$

$$=(\omega-2+\omega^2)(-2\omega)(\omega^2)$$

$$=(-1-2)(-2\omega^3)=-3(-2)=+6$$

اثبت ان $\left[\frac{7+5\omega^2}{7\omega+5}-\frac{3-2\omega}{3\omega^2-2}\right]^4=9$

2018 دور(1) خارج القطر

$$=\left[\frac{7\omega^3+5\omega^2}{7\omega+5}-\frac{3\omega^3-2\omega}{3\omega^2-2}\right]^4$$

$$=\left[\frac{\omega^2(7\omega+5)}{(7\omega+5)}-\frac{\omega(3\omega^2-2)}{(3\omega^2-2)}\right]^4$$

$$=\left[\omega^2-\omega\right]^4=\left[(\omega^2-\omega)^2\right]^2$$

$$=\left[\omega^4-2\omega^3+\omega^2\right]^2$$

$$=\left[\omega-2+\omega^2\right]^2=(-1-2)^2$$

$$=(-3)^2=9$$

اثبت ان

$$(\frac{1}{1+i}-\frac{1}{1+i})^{100}=(\frac{2+3\omega}{2\omega^2+3}+\frac{4\omega^2+1}{4+\omega})^{200}$$

2019 دور(1)

الطرف الايسر

$$=\left[\frac{1}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}-\frac{1}{1-i}.\frac{1+i}{1+i}\right]^{100}$$

$$=\left[\frac{1-i}{2}-\frac{1+i}{2}\right]^{100}=\left[\frac{(1-i)-(1+i)}{2}\right]^{100}$$

$$=\left[\frac{1-i-1-i}{2}\right]^{100}=(\frac{-2i}{2})^{100}=(-i)^{100}=1$$

الطرف الايمن

$$\left[\frac{2\omega^3+3\omega}{2\omega^2+3}+\frac{4\omega^2+\omega^3}{4+\omega}\right]^{200}$$

$$=\left[\frac{\omega(2\omega^2+3)}{(2\omega^2+3)}+\frac{\omega^2(4+\omega)}{(4+\omega)}\right]^{200}$$

$$=(\omega+\omega^2)^{200}=(-1)^{200}=1$$

اثبت ان $\frac{\omega^{14}+\omega^7-1}{\omega^{10}+\omega^5-2}=\frac{2}{3}$

2019 دور(3)

$$=\frac{\omega^2+\omega-1}{\omega+\omega^2-2}=\frac{-1-1}{-1-2}=\frac{-2}{-3}$$

$$=\frac{2}{3}$$

هل ان $(\frac{1}{2+\omega}-\frac{1}{2+\omega^2})=\frac{1}{6}$

2019 دور(2)

$$=\frac{(2+\omega^2)-(2+\omega)}{(2+\omega)(2+\omega^2)}$$

$$=\frac{2+\omega^2-2-\omega}{4+2\omega^2+2\omega+\omega^3}$$

$$=\frac{\omega^2-\omega}{4+2(\omega^2+\omega)+1}=\frac{\omega^2-\omega}{4-2+1}$$

$$=\frac{*\omega^2-\omega}{3}=\frac{\mp\sqrt{3}i}{3}$$

$$=\frac{\mp i}{\sqrt{3}}\neq\frac{-1}{6}$$

توضيح

$$*\ \omega^2-\omega=-1-\omega-\omega$$

$$=-1-2\omega$$

$$=-1-2(\frac{-1}{2}\mp\frac{\sqrt{3}}{2}i)$$

$$=-1+1\mp\sqrt{3}i$$

$$=\mp\sqrt{3}i$$

جد قيمة $x , y\in R$ اذا كانت

$(x+yi)(1-\sqrt{-3})=-2\omega-2\omega^2$

2015 دور(1)

$$x+yi=\frac{-2(\omega+\omega^2)}{1-\sqrt{3}i}$$

$$x+yi=\frac{2}{1-\sqrt{3}i}.\frac{1+\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}$$

$$x+yi=\frac{2+2\sqrt{3}i}{1+3}$$

$$x+yi=\frac{2}{4}+\frac{2\sqrt{3}i}{4}$$

$$x+yi=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}i}{2}$$

$$x=\frac{1}{2}\ ,\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}$$



جد قيمة x , y اذا كانت

$$x+yi=(\sqrt{\omega+\omega^{17}}+\sqrt{\omega+\omega^{38}})^2-\frac{3+i}{1+i}$$

$$x+yi=(\sqrt{\omega+\omega^{2}}+\sqrt{\omega+\omega^{2}})^2-\frac{3+i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}$$

$$x+yi=(\sqrt{-1}+\sqrt{-1})^2-\frac{3-3i+i+1}{2}$$

$$x+yi=(i+i)^2-\frac{4-2i}{2}$$

$$x+yi=4i^2-(2-i)$$

$$x+yi=-4-2-i$$

$$x+yi=-6+i$$

$$x=-6\ ,\ y=1$$

2017 دور(1)

جد قيم x , y الحقيقية اذا علمت ان

$$(x+yi)(2+i)=\frac{1}{(1+\omega)^2}+\frac{1}{(1+\omega^2)^2}$$

$$(x+yi)(2+i)=\frac{1}{(-\omega^2)^2}+\frac{1}{(-\omega)^2}$$

$$(x+yi)(2+i)=\frac{\omega^3}{\omega}+\frac{\omega^3}{\omega^2}$$

$$(x+yi)(2+i)=\omega^2+\omega$$

$$x+yi=\frac{-1}{2+i}.\frac{2-i}{2-i}$$

$$(x+yi)=\frac{-2+i}{4+1}$$

$$(x+yi)=\frac{-2}{5}+\frac{1}{5}i$$

2018 دور(2)

$$x=\frac{-2}{5}\ ,\ y=\frac{1}{5}$$

جد الجذر التربيعي للعدد

$$\frac{7+\omega i+\omega^2 i}{1-\omega i-\omega^2 i}$$

1998 دور(1)

$$\frac{7+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{7-i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{7-7i-i-1}{1+1}=\frac{6-8i}{2}=3-4i$$

$\sqrt{3-4i}=x+yi$ بالتربيع

$$3-4i=x^2+2xyi-y^2$$

$$x^2-y^2=3 \dots\dots\dots (1)$$

$$2xy=-4\Rightarrow y=\frac{-4}{2x}=\frac{-2}{x} \dots\dots (2)$$

$$x^2-\frac{4}{x^2}=3].x^2$$

$$x^4-4=3x^2\Rightarrow x^4-3x^2-4=0$$

$$(x^2-4)(x^2+1)=0$$

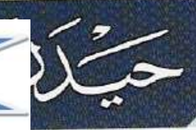
اما $x^2+1=0$ يهمل

او $x^2-4=0\Rightarrow x^2=4\Rightarrow x=\mp 2$

$$y=\frac{-2}{x}\Rightarrow y=\frac{-2}{\mp(2)}=\pm 1$$

$$c=\mp(2-i)$$





جد الجذر التربيعي للعدد

$$\frac{1+i\omega+i\omega^2}{1-i\omega-i\omega^2}$$

2005 دور (2)

$$=\frac{1+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{1-i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{1-i-i-1}{1+1}=\frac{-2i}{2}=-i$$

$\sqrt{-i}=x+yi$ بالتربيع

$-i=x^2+2xyi-y^2$

$x^2-y^2=0 \ldots\ldots (1)$

$2xy=1\Rightarrow y=\frac{-1}{2x}\ldots\ldots (2)$

$x^2-\frac{1}{4x^2}=0].4x^2$

$4x^4-1=0$

$(2x^2-1)(2x^2+1)=0$

اما $2x^2+1=0$ يهمل

$2x^2-1=0\Rightarrow x^2=\frac{1}{2}$

$x=\mp\frac{1}{\sqrt{2}}$ in (2)

$y=\frac{1}{2x}\Rightarrow y=\frac{-1}{2(\mp\frac{1}{\sqrt{2}})}$

$y=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$c=\mp(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i)$



جد المعادلة التربيعية التي جذرها

$$(2-2\omega-2\omega^2),\ (2\omega+2\omega^2-1)^2$$

1997 دور (2)

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$m=(2\omega+2\omega^2-1)^2=\left[2(\omega+\omega^2)-1\right]^2$

$=(-2-1)^2=(-3)^2=9$

$L=(2-2\omega-2\omega^2)^2=\left[2-2(\omega+\omega^2)\right]^2$

$=\left[2+2\right]^2=(4)^2=16$

$x^2-(m+L)x+m.L=0$

1998 دور (1)

$m+L=9+16=25$

$m.L=(9)(16)=144$

$x^2-25x+144=0$ المعادلة

جد المعادلة التربيعية التي جذرها

$$(2i\omega^2-\omega),\ (2i\omega-\omega^2)$$

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$m+L=2i\omega^2-\omega+2i\omega-\omega$

$=1+2i(\omega^2+\omega)=1-2i$

$m.L=(2i\omega^2-\omega).(2i\omega-\omega^2)$

$=4i^2\omega^3-2i\omega^4-2i\omega^2+\omega^3$

$=-4-2i\omega-2i\omega^2+1$

$=-3-2i(\omega+\omega^2)=-3+2i$

$x^2-(m+L)x+m.L=0$

$x^2-(1-2i)x+(-3+2i)=0$

1998 دور (2)

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$2\omega i-\frac{3\omega^2}{i}\ ,\ 3\omega i-\frac{2\omega^2}{i}$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m=2\omega i-\frac{3\omega^2 i^4}{i}=2\omega i+\omega^2 i$$

$$L=3\omega i-\frac{2\omega^2 i^4}{i}=3\omega i-2\omega^2 i$$

$$=3\omega i+2\omega^2 i$$

$$m+L=2\omega i+3\omega^2 i+3\omega i+2\omega^3 i$$

$$=5\omega i+5\omega^2 i$$

$$=5i(\omega+\omega^2)=-5i$$

$$m.L=\left(2\omega i+3\omega^2 i\right)\left(3\omega i+2\omega^2 i\right)$$

$$=6\omega^2 i^2+4\omega^3 i^2+9\omega^3 i^2+6\omega^4 i^2$$

$$=-6\omega^2-4-9-6\omega$$

$$=-13-6(\omega^2+\omega)=-13+6=-7$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2+5ix-7=0$$

2019 تمهيدي

1999 دور(1)



كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$(3\omega-2i)\ ,\ (3\omega^2-2i)$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m+L=3\omega-2i+3\omega^2-2i$$

$$=3(\omega+\omega^2)-4i=-3-4i$$

$$m.L=(3\omega-2i).(2\omega^2-2i)$$

$$=9\omega^3-6\omega i-6\omega^2 i+4i^2$$

$$=9-6i(\omega+\omega^2)-4$$

$$=5+6i$$

2001 دور(2)

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2-(-3-4i)x+(5+6i)=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$(2-3i\omega^2)\ ,\ (2-3i\omega)$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m+L=2-3i\omega^2+2-3i\omega$$

$$=4-3i(\omega^2+\omega)=4+3i$$

$$m.L=(2-3i\omega^2).(2-3i\omega)$$

$$=4-6i\omega-6i\omega^2+9i^2\omega^3$$

$$=4-6i(\omega+\omega^2)-9$$

$$=-5+6i$$

2002 دور(1)

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2-(4+3i)x+(-5+6i)=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها $i-\frac{5}{\omega}$, $i-\frac{5}{\omega^2}$

2004 دور (1)

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$$m = i-\frac{5\omega^3}{\omega} = i-5\omega^2$$

$$L = i-\frac{5\omega^3}{\omega^2} = i-5\omega$$

$$m+L = i-5\omega^2+i-5\omega$$
$$= 2i-5(\omega^2+\omega)$$
$$= 5+2i$$

$$m.L = (i-5\omega^2)(i-5\omega)$$
$$= i^2-5\omega i-5\omega^2 i+25\omega^3$$
$$= -1-5i(\omega+\omega^2)+25$$
$$= 24+5i$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(5+2i)x+(24+5i)=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها $(1+\omega)$, $(1+\omega^2)$

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$$m+L = 1+\omega+1+\omega^2 = 2-1 = 1$$

$$m.L = (1+\omega)(1+\omega^2)$$
$$= 1+\omega^2+\omega+\omega^3-1-1+1 = 1$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-x+1=0$$

2007 دور (2) — 2016 نازحين — 2017 تمهيدي

كون المعادلة التربيعية التي جذراها $(i-\frac{3}{\omega})$, $(i-\frac{3}{\omega^2})$

2005 دور (1)

الجذر الاول = m , الجذر الثاني = L

$$m = i-\frac{3\omega^3}{\omega} = i-3\omega^2$$

$$L = i-\frac{3\omega^3}{\omega^2} = i-3\omega$$

$$m+L = i-3\omega^2+i-3\omega$$
$$= -3(\omega^2+\omega)+2i$$
$$= 3+2i$$

$$m.L = (i-3\omega^2)(i-3\omega)$$
$$= i^2-3\omega i-3\omega^2 i+9\omega^3$$
$$= -1-3i(\omega+\omega^2)+9$$
$$= 8+3i$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(3+2i)x+(8+3i)=0$$



كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$(5+2i\omega^2)\ ,\ (5+2i\omega)$$

2006 دور(1)

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m+L=5+2i\omega^4+5+2i\omega$$
$$=10+2i(\omega^2+\omega)=10-2i$$
$$m.L=(5+2i\omega^2).(5+2i\omega)$$
$$=25+10i\omega+10i\omega^2+4i^2\omega^3$$
$$=25+10i(\omega+\omega^2)-4$$
$$=21-10i$$
$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(10-2i)x+(21-10i)=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$(3-2i\omega^2)\ ,\ (3-2i\omega)$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m+L=3-2i\omega^4+3-2i\omega$$
$$=6-2i(\omega+\omega^2)=6+2i$$
$$m.L=(3-2i\omega^2)(3-2i\omega)$$
$$=9-6i\omega-6i\omega^2+4i^2\omega^3$$
$$=9-6i(\omega+\omega^2)-4$$
$$=5+6i$$

2006 دور(2)

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(6+2i)x+(5+6i)=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها

$$(3\omega^2+\frac{i}{\omega^2})\ ,\ (3+\frac{i}{\omega})$$

2008 دور(1)

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m=3\omega^2+\frac{i\omega^3}{\omega^2}=3\omega^2+i\omega$$
$$L=3\omega+\frac{i\omega^3}{\omega}=3\omega+i\omega^2$$
$$m+L=3\omega^2+i\omega+3\omega+i\omega^2$$
$$=3(\omega^2+\omega)+i(\omega+\omega^2)$$
$$=-3-i$$
$$m.L=(3\omega^2+i\omega)(3\omega+i\omega^2)$$
$$=9\omega^3+3i\omega^4+3i\omega^2+i^2\omega^3$$
$$=9+3i\omega+3i\omega^2-1$$
$$=8+3i(\omega+\omega^2)$$
$$=8-3i$$
$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$
$$x^2-(-3-i)x+(8-3i)=0$$



اكتب المعادلة التربيعية التي جذراها

$$\frac{\omega^2}{1+2\omega^2} , \frac{\omega}{1+2\omega}$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m+L=\frac{\omega^2}{1+2\omega^2}+\frac{\omega}{1+2\omega}$$

$$=\frac{\omega^2(1+2\omega)+\omega(1+2\omega^2)}{(1+2\omega^2)(1+2\omega)}$$

$$=\frac{\omega^2+2\omega^3+\omega+2\omega^3}{1+2\omega+2\omega^2+4\omega^3}$$

$$=\frac{\omega^2+2+\omega+2}{1+2(\omega+\omega^2)+4}=\frac{-1+4}{3}=1$$

$$m.L=\frac{\omega^2}{1+2\omega^2}.\frac{\omega}{1+2\omega}$$

$$=\frac{\omega^3}{1+2\omega+2\omega^2+4\omega^3}$$

$$=\frac{1}{1+2(\omega+\omega^2)+4}=\frac{1}{3}$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2-x+\frac{1}{3}=0$$

2010 دور(2) — 2019 خارج



جد المعادلة التربيعية التي جذراها

$$\frac{1}{\omega} , \frac{1+3\omega}{\omega^2+3}$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$m=\frac{1+3\omega}{\omega^2+3}=\frac{\omega^3+3\omega}{\omega^2+3}=\frac{\omega(\omega^2+3)}{(\omega^2+3)}$$

$$m=\omega$$

2016 دور(3)

$$L=\frac{1}{\omega}=\frac{\omega^3}{\omega}=\omega^2$$

$$m+L=\omega+\omega^2=-1$$

$$m.L=\omega.\omega^2=\omega^3=1$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2+x-1=0$$ المعادلة

كون المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية اذا كان احد جذريها

$$\frac{2+\omega i+\omega^2 i}{1-\omega i-\omega^2 i}$$

الجذر الاول $= m$, الجذر الثاني $= L$

$$\frac{2+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{2-i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}=\frac{2-2i-i-1}{1+1}$$

$$=\frac{1-3i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$$

2018 دور(3)

$$m=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i , L=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$$

$$m+L=(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i)+(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i)=1$$

$$m.L=((\frac{1}{2})-\frac{3}{2}i)(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i)=\frac{1}{4}+\frac{9}{4}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2}$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2-x+\frac{5}{2}=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها $3\omega^2+\frac{1}{\omega^2}\ ,\ 3\omega+\frac{1}{\omega}$

2018 دور(2) خارج

الجذر الاول $=m$, الجذر الثاني $=L$

$$m=3\omega^2+\frac{\omega^3}{\omega}=3\omega+\omega^2$$

$$L=3\omega^2+\frac{\omega^3}{\omega^2}=3\omega^2+\omega$$

$$m+L=3\omega+\omega^2+3\omega^2+\omega$$

$$=3(\omega+\omega^3)-1=-3-1=-4$$

$$m.L=(3\omega+\omega^2)(3\omega^2+\omega)$$

$$=9\omega^3+3\omega^2+3\omega^4+\omega^3$$

$$=9+3(\omega^2+\omega)+1=7$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2+4x+7=0$$

كون المعادلة التربيعية التي جذراها $\frac{3i}{\omega^2}\ ,\ \frac{-3\omega^2}{i}$

2011 دور(1)

الجذر الاول $=m$, الجذر الثاني $=L$

$$m=\frac{3i\omega^3}{\omega^2}=3i\omega$$

$$L=\frac{-3\omega^2 i^4}{i}=-3\omega^2 i^3=3\omega^2 i$$

$$m+L=3i\omega+3\omega^2 i=3i(\omega+\omega^2)$$

$$=-3i$$

$$m.L=(3i\omega)(3i\omega^2)=9i^2\omega^3$$

$$=-9$$

$$x^2-(m+L)x+m.L=0$$

$$x^2+3ix-9=0$$

2013 دور(2)

عبر عن العدد $\frac{1-3i^2}{1-\omega i-\omega^2 i}$ بالصيغة القطبية

2015 دور(1)

$$\frac{1+3}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{4}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{4-4i}{2}=\frac{4}{2}-\frac{4}{2}=2-2i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2)^2+(-2)^2}$$

$$r=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$$

$$r=2\sqrt{2}$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-2}{2\sqrt{2}}=\frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$\frac{\pi}{4}$

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$$

$$Z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$Z=2\sqrt{2}(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$$





جد المقياس والقيمة الاساسية للسعة للعدد $Z=\frac{4+2i\omega+2i\omega^2}{3-i\omega^2-i\omega}$

$$Z=\frac{4+2i(\omega+\omega^2)}{3-i(\omega+\omega^2)}$$

$$=\frac{4+2i}{3+i}.\frac{3-i}{3-i}=\frac{12-4i-6i-2}{9+1}$$

$$=\frac{10-10i}{10}=1-i$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{-1}{\sqrt{2}}\end{aligned}\right]\frac{\pi}{4}$$

2016 تمهيدي

$$\theta=2\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{4}$$



باستخدام مبرهنة ديموافر جد الجذور التربيعية للعدد $\frac{1+\omega i+\omega^2 i}{1-\omega i-\omega^2 i}$

$$\frac{1+i(\omega+\omega^2)}{1-i(\omega+\omega^2)}=\frac{1-i}{1+i}.\frac{1-i}{1-i}$$

$$=\frac{1-i-i-1}{1+1}=\frac{-2i}{2}=-i+0$$

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{1}=1$$

2016 دور(2)

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta&=\frac{x}{r}=\frac{0}{1}=0\\ \sin\theta&=\frac{y}{r}=\frac{-1}{1}=-1\end{aligned}\right]\frac{3\pi}{2}$$

$$Z^{\frac{1}{4}}=r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{2\pi k+\theta}{n}+i\sin\frac{2\pi k+\theta}{n}\right]$$

عندما $k=0\Rightarrow\frac{2\pi(0)+\frac{3\pi}{2}}{n}=\frac{3\pi}{4}$

$$Z_1=(1)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right]$$

$$=\frac{-1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i$$

عندما $k=1\Rightarrow\frac{2\pi+\frac{3\pi}{2}}{n}=\frac{\frac{4\pi+3\pi}{2}}{2}=\frac{7\pi}{4}$

$$Z_2=1(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4})$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i$$